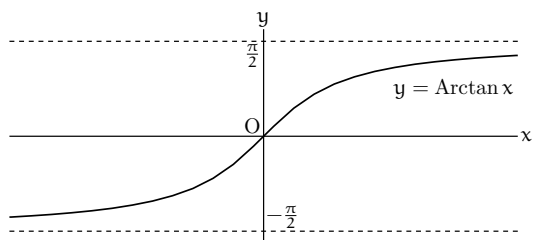
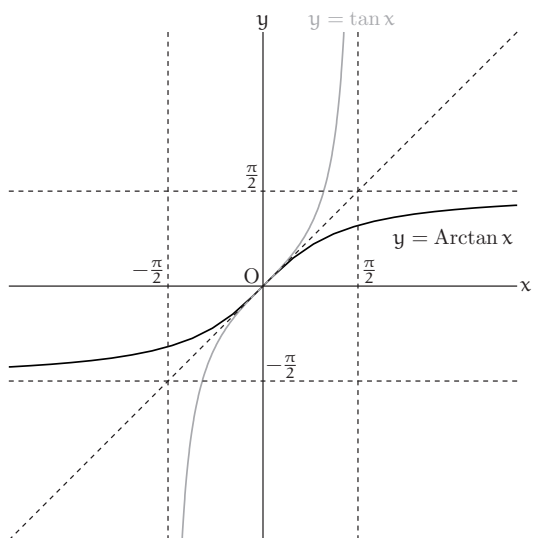
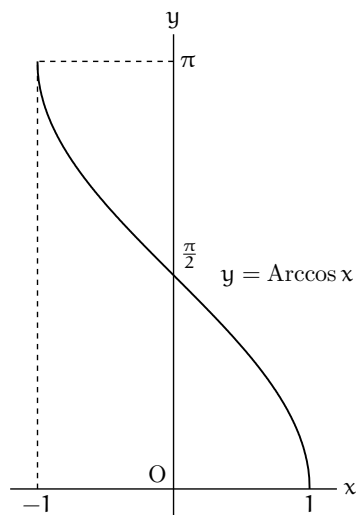
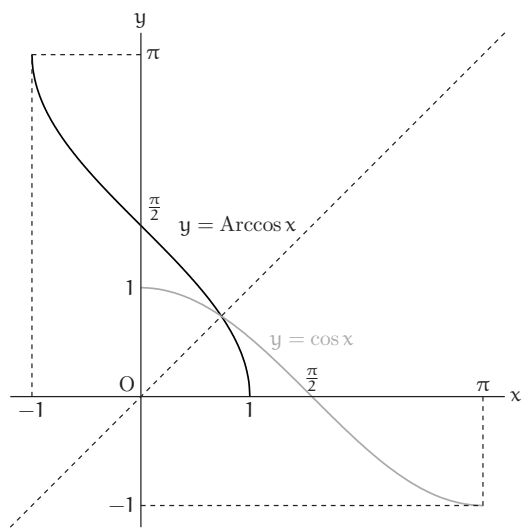
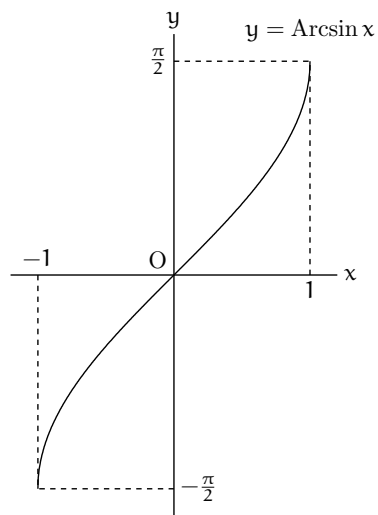
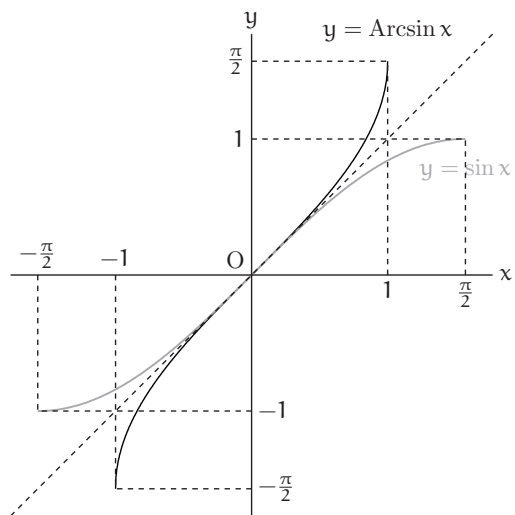


★ 逆三角関数のグラフ



★ べき関数の逆関数

べき関数 $y = x^n$ ($x \in \mathbb{R}$) の逆関数を考える。

$n = 2m$ が偶数のときは、 $y = x^{2m}$ は $\mathbb{R}$ 上 1 対 1 ではないが、 $[0, \infty)$ 上に制限すれば、1 対 1 (狭義単調増加) となる。

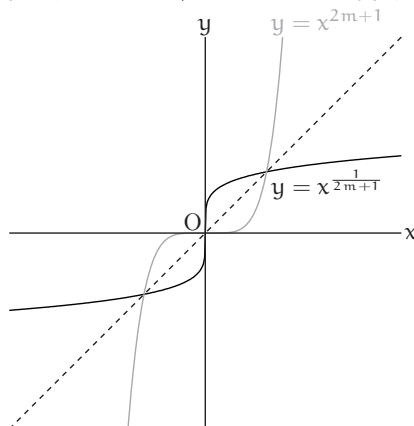
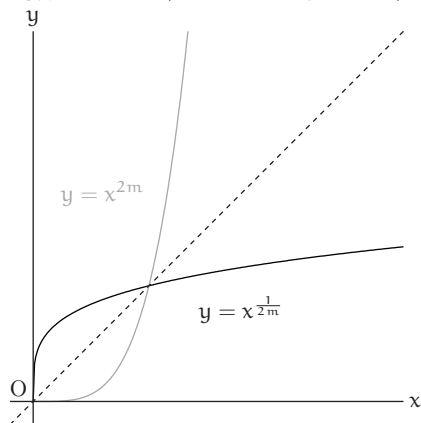
$$y = x^{2m} \quad (x \in [0, \infty)) \quad \Longleftrightarrow \quad x = y^{\frac{1}{2m}} \quad (y \in [0, \infty))$$

ここで、 $a > 0$, $n \in \mathbb{N}$ に対して、 $a^{\frac{1}{n}}$ は方程式 $x^n = a$ の正の実数解を表わす。

$n = 2m + 1$ が奇数のときは、 $y = x^{2m+1}$ は $\mathbb{R}$ 上 1 対 1 (狭義単調増加) となる。

$$y = x^{2m+1} \quad (x \in \mathbb{R}) \quad \Longleftrightarrow \quad x = y^{\frac{1}{2m+1}} \quad (y \in \mathbb{R})$$

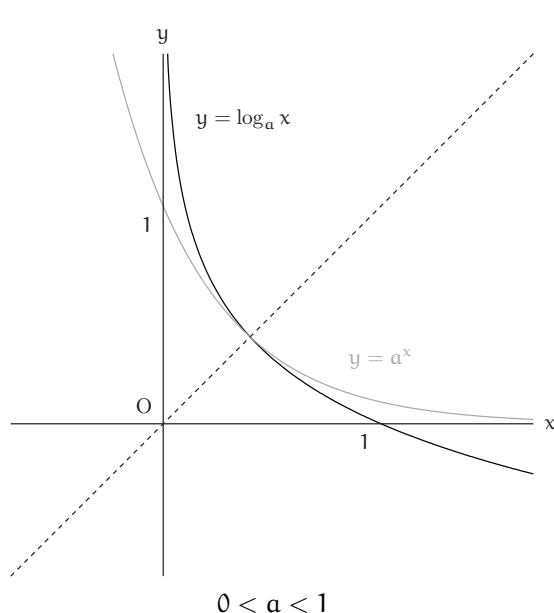
(n が奇数のときは、 $a < 0$ に対しても、 $x^n = a$ の解が唯一決まるので、それを $a^{\frac{1}{n}}$ と書くことにする)



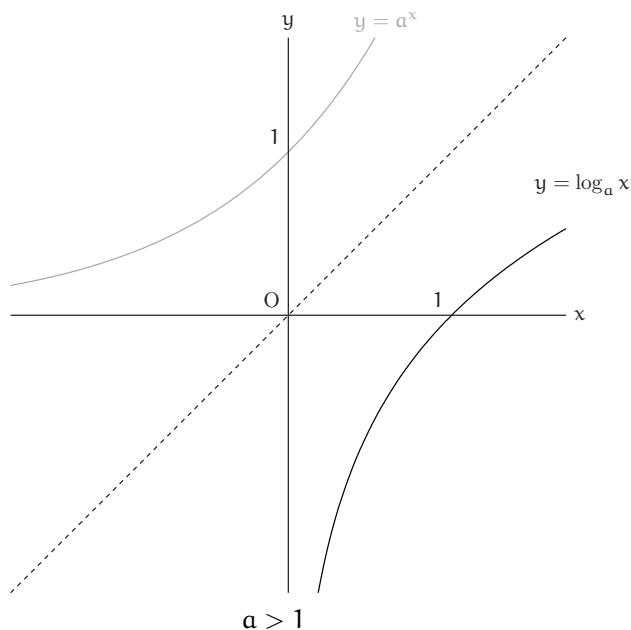
★ 指数関数の逆関数

$a > 0$, $a \neq 1$ とする。指数関数 $f(x) = a^x$ は $\mathbb{R}$ 上 1 対 1 の連続関数である ($0 < a < 1$ ならば狭義単調減少、 $a > 1$ ならば狭義単調増加)。この逆関数を $\log_a x$ と書き、 a を底とする対数関数 という。

$$y = a^x \quad (x \in \mathbb{R}) \quad \Longleftrightarrow \quad x = \log_a y \quad (y > 0)$$



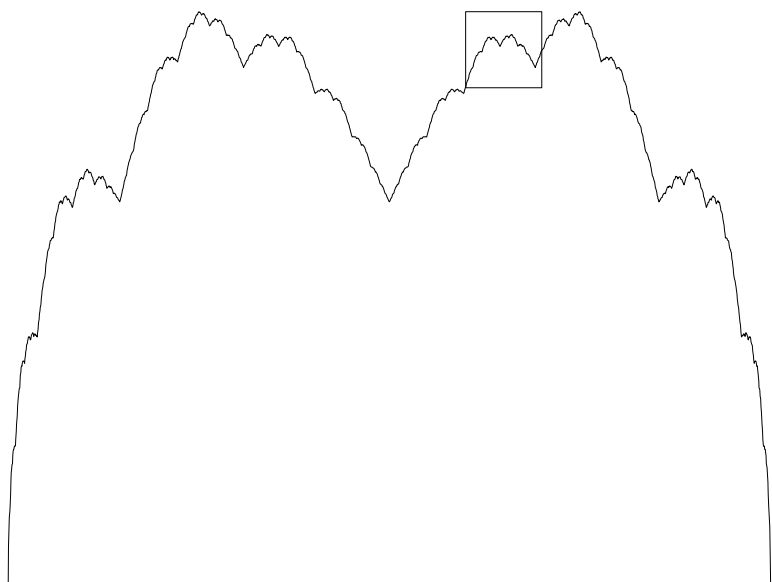
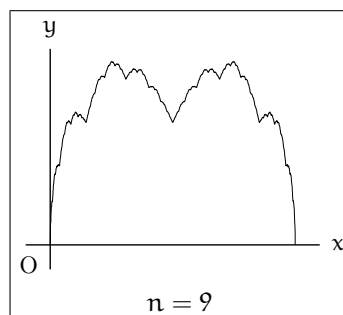
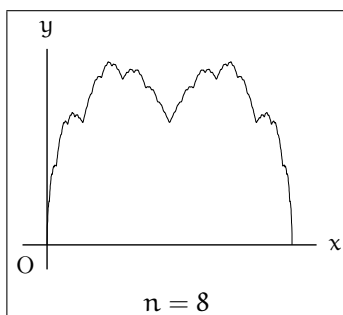
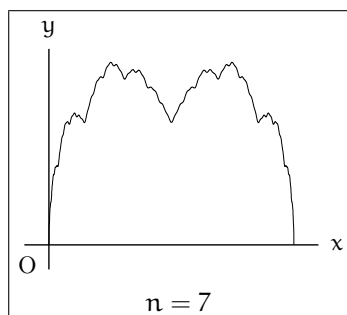
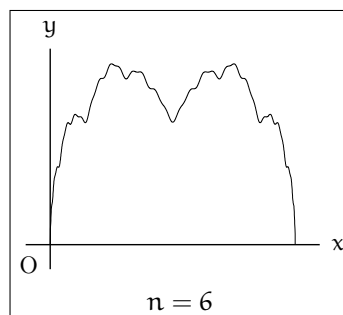
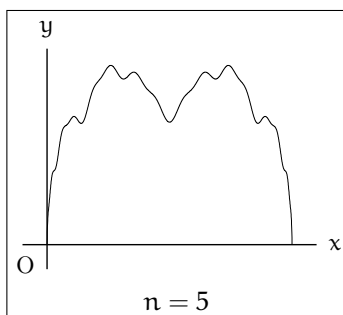
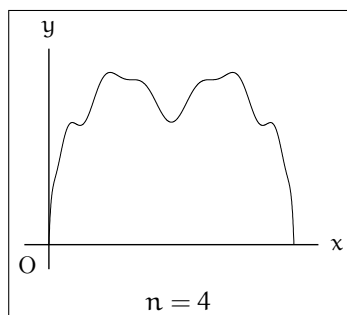
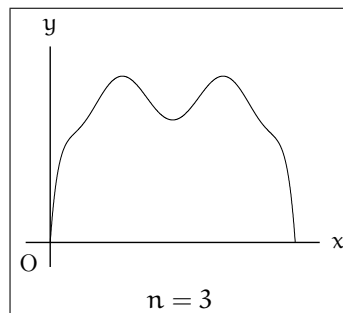
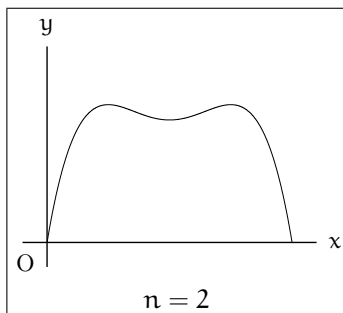
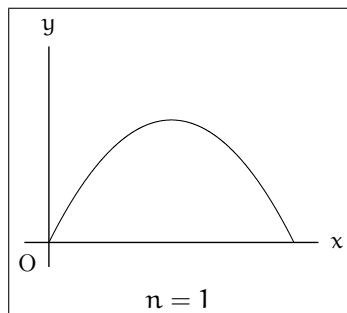
$0 < a < 1$



$a > 1$

★ 至るところで微分不可能な関数の例: $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \ (0 \leq x \leq 1)$

$$f_n(x) = \sum_{k=1}^n \frac{\phi^k(x)}{2^k}, \quad \phi(x) = 4x(1-x), \quad \phi^k(x) = \overbrace{\phi \circ \cdots \circ \phi}^k(x)$$



$n = 30$

