

定数  $a, b, c, d$  を変えて、次の漸化式で定義される点  $(x_n, y_n)$  をたくさん (7万点ほど) 打つと、ウラ面のような様々な図形が現れる：

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= Ax_n + d(x_n^2 - y_n^2) \\ y_{n+1} &= Ay_n - 2dx_n y_n \end{aligned} \quad (A = a(x_n^2 + y_n^2) + bx_n(x_n^2 - 3y_n^2) + c)$$

以下、上の漸化式を満たす点を描画する python コード (ソースコードは [http://www.libe.nara-k.ac.jp/~yano/biseki1\\_2018/20180516.html](http://www.libe.nara-k.ac.jp/~yano/biseki1_2018/20180516.html) にアップしてます)

```
#!/usr/bin/python3
# coding: UTF-8

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import time
from functools import lru_cache

start = time.time()

a = -1.0
b = 0.05
c = 2.275
d = -0.5
x0, y0 = [0.2, 0.2]

@lru_cache(maxsize=70000) # 前のx_nの値を覚えてメモするおまじない
def f(n):
    if n == 1:
        return [x0, y0]
    x_p, y_p = f(n - 1)
    A = a * (x_p * x_p + y_p * y_p) + b * x_p * (x_p * x_p - 3 * y_p * y_p) + c
    x = A * x_p + d * (x_p * x_p - y_p * y_p)
    y = A * y_p - 2 * d * x_p * y_p
    return [x, y]

color_list = ['b', 'r', 'g', 'c', 'm'] # 色の指定。1万毎に色を変えている。bは青色、rは赤など。

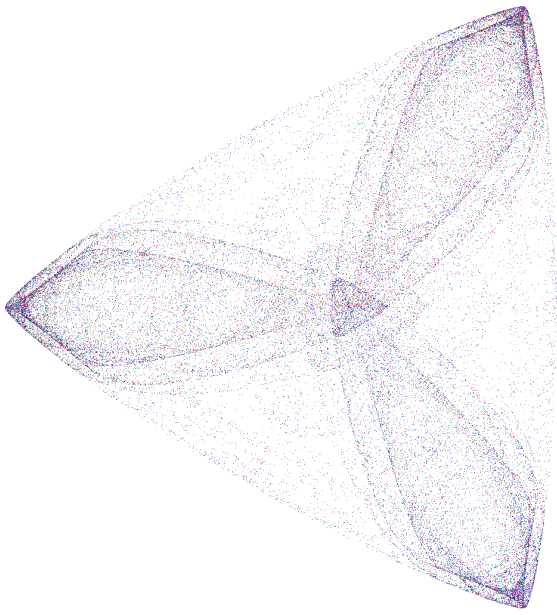
for i, color in enumerate(color_list):
    X = []
    Y = []
    for n in range(1 + 10000 * i, 1 + 10000 * (i + 1)):
        x, y = f(n)
        X.append(x)
        Y.append(y)
    plt.plot(X, Y, color, markersize=4)

process_time = time.time() - start
print(process_time)

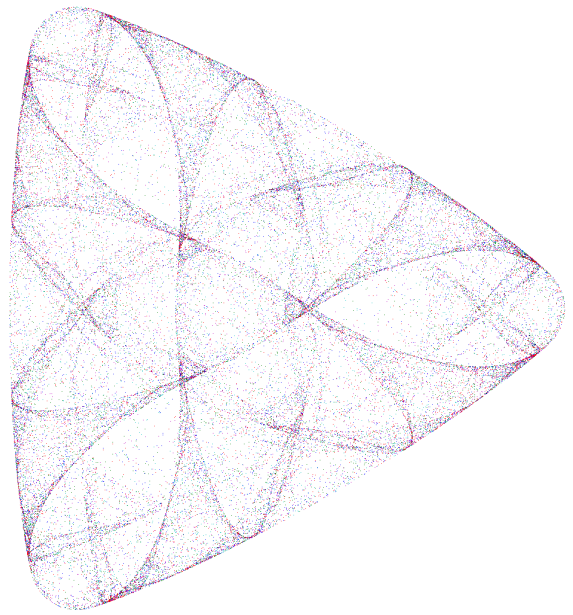
# plt.axes().patch.set_facecolor('black')
# plt.axes().tick_params(labelbottom="off", bottom="off")
# plt.axes().tick_params(labelleft="off", left="off")
# plt.axes().set_xticklabels([])
plt.axes().axis('off')

plt.axes().set_aspect('equal', 'datalim')
plt.savefig('ChossatGolubitsky1-01.png', dpi=300)
plt.pause(60)
```

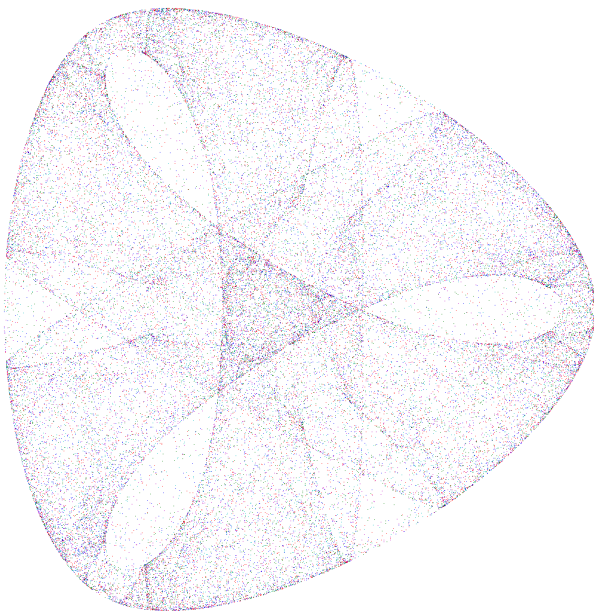
★ いろいろなアトラクタ



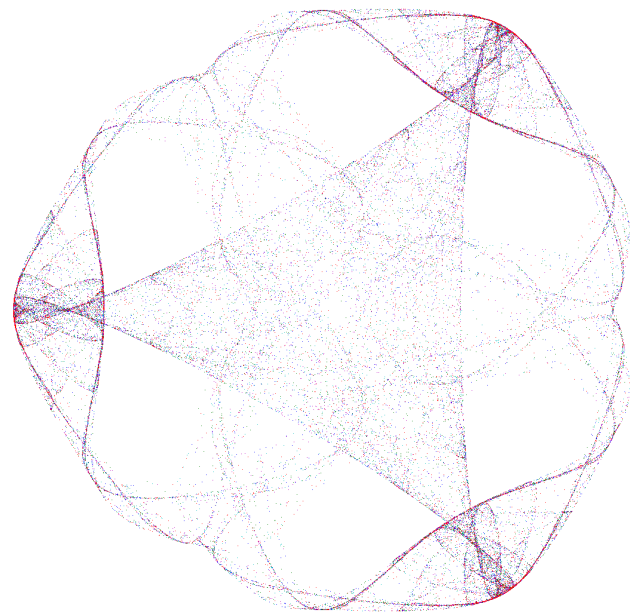
$a = -1.0, \quad b = 0.05$   
 $c = 2.275, \quad d = -0.5$



$a = 1.0, \quad b = 0.0$   
 $c = -2.25, \quad d = 0.2$



$a = 1.0, \quad b = 0.0$   
 $c = -1.9, \quad d = 0.4$



$a = -1.0, \quad b = 0.1$   
 $c = 1.6, \quad d = -0.8$