★ 増減表の書き方

例 1　$f(x) = x^3 - 3x + 1$ の増加・減少を調べる

(1) $f'(x)$ を計算し、$f'(x) = 0$ となる x の値をチェック

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 - 3 \\ &= 3(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

$f'(x) = 0$ となる x の値は $\underline{x = -1,\ 1}$

(2) 次のように表を書く

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$		3		-1	

まずは、$x = -1$ と $x = 1$ ($f'(x) = 0$ となる点) を記入して、そのときの $f(x)$ の値を記入する：

$$f(-1) = -1 - 3 \cdot (-1) + 1 = 3$$

$$f(1) = 1 - 3 + 1 = -1$$

(3) $f'(x)$ の正負を調べる

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		3		-1	

$x < -1$ のとき

$$f'(x) = 3(\underset{\ominus}{\underline{x-1}})(\underset{\ominus}{\underline{x+1}}) \longleftarrow \oplus$$

$-1 < x < 1$ のとき

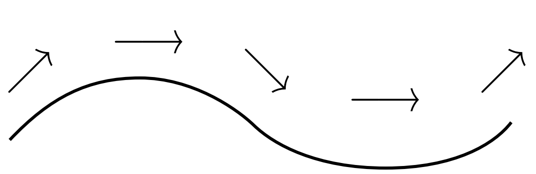
$$f'(x) = 3(\underset{\ominus}{\underline{x-1}})(\underset{\oplus}{\underline{x+1}}) \longleftarrow \ominus$$

$1 < x$ のとき

$$f'(x) = 3(\underset{\oplus}{\underline{x-1}})(\underset{\oplus}{\underline{x+1}}) \longleftarrow \oplus$$

(4) $f'(x)$ の欄が
$+$ なら、$\nearrow$ (増加) の矢印
$-$ なら、$\searrow$ (減少) の矢印
を下の欄に書く

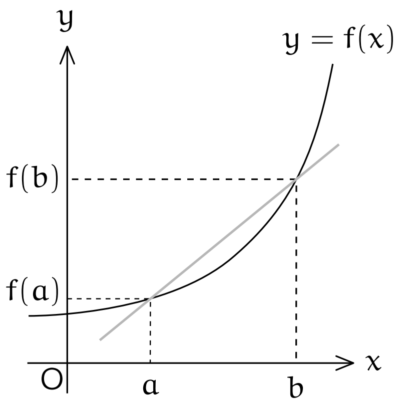
x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$



— 再掲 —

関数 $y = f(x)$ が $x = a$ から $x = b$ まで変化するときの平均変化率

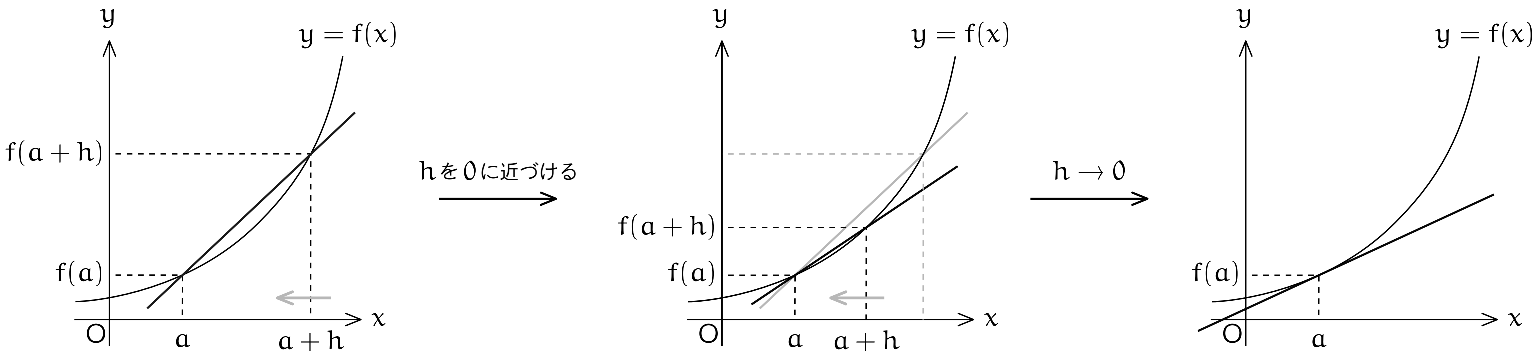
$$\text{関数 } y = f(x) \text{ の平均変化率} = \frac{y \text{ の変化量 } \Delta y}{x \text{ の変化量 } \Delta x} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$



$x = a$ から $x = a + h$ まで ($|h|$ はとても小さい) 変化するときの関数 $y = f(x)$ の平均変化率 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ は

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} \quad \xrightarrow{\Delta x = h \to 0}$$

これを微分係数といい、$f'(a)$ と表わす。



微分係数 $f'(a)$

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$