

申し訳ありませんが、演習問題の 2(2) で、fish curve により囲まれる面積を求める計算で誤りがありませんでした:

$$y \, dx = -\left(\cos t \sin^2 t + \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} \cos 4t\right) dt$$

が正しい式です。今、

$$\begin{aligned} F(t) &= \int \left(\cos t \sin^2 t + \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} \cos 4t\right) dt \\ &= \frac{1}{3} \sin^3 t + \frac{\sqrt{2}}{4} t - \frac{\sqrt{2}}{16} \sin 4t \end{aligned}$$

とおくと、求めたい面積は

$$\begin{aligned} S &= \int_{C_1+C_3} -y \, dx + \int_{C_2} -y \, dx \\ &= \left(F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(0)\right) + \left(F(2\pi) - F\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right) + \left(F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right) \\ &= 2F\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2F\left(\frac{3\pi}{2}\right) + F(2\pi) - F(0) \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

となります。