

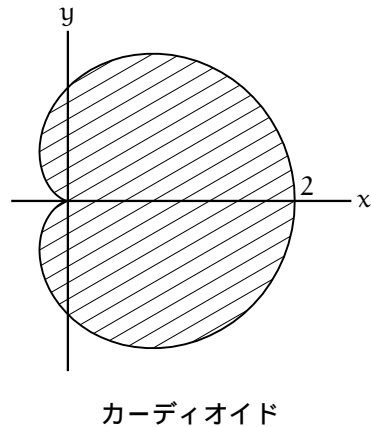
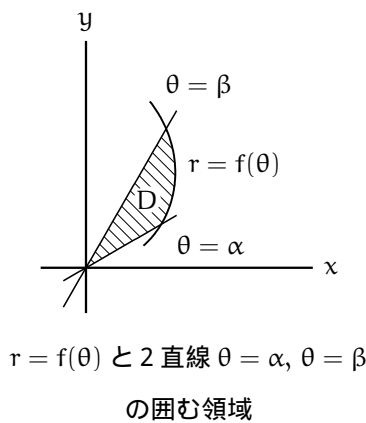
注意事項 :

- レポートの回収は翌週 (12/19) の講義に行う。
- レポートは A4 の紙とし、レポートの上部に学生番号と名前を書き、左上をホチキスで止めること。
- 計算結果だけでなく、計算過程も書くように。

1. 次の重積分の値を求めよ。(各 16 点)

- (1) $\iint_D y \, dx dy$, $D : y = 2x, y = -x + 2, x$ 軸で囲まれる領域
- (2) $\iint_D e^{-x+3y} \sin(x-y) \, dx dy$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq -x + 3y \leq 3, 0 \leq x - y \leq \pi\}$.
- (3) $\iint_D \sqrt{xy} \, dx dy$, $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq x \leq y\}$.
- (4) $\iint_D y \, dx dy$, $D = \{(x, y) \mid y \geq 2x - 3, (x - 2)^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$.
- (5) $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$, $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

2. (1) 極座標表示により $r = f(\theta)$ と表せられる曲線と 2 つの直線 $\theta = \alpha, \theta = \beta$ ($\alpha \leq \beta \leq \alpha + 2\pi$) で囲まれる領域 D の面積 $S = \iint_D dx dy$ は $\frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} f(\theta)^2 \, d\theta$ で与えられることを示せ。(8 点)
- (2) 方程式 $(x^2 + y^2 - x)^2 = x^2 + y^2$ で表せられる曲線をカーディオイド (cardioid, 心臓形) という。
- (a) 極座標を用いて $r = 1 + \cos \theta$ と表せられることを示せ。(4 点)
- (b) カーディオイドの囲む面積を求めよ。(8 点)



今、少なくとも 1 辺の長さが整数となっている、様々な大きさのタイルが用意されている。これらを組み合わせて長方形の形を作るとき、この長方形の少なくとも 1 辺の長さもまた整数となることを示せ。(0 点。評価対象外ですが、もし、解答を書いてくれれば読みます) ヒントは次の重積分を考えること:

$$\iint_K \sin(2\pi x) \sin(2\pi y) \, dx dy, \quad K = \{(x, y) \mid x_0 \leq x \leq x_0 + a, y_0 \leq y \leq y_0 + b\}.$$

