

微分積分 II 小課題第 6 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

3年 ___ 科 ___ 番 氏名 _____

1. 次の関数の Maclaurin 展開を求めよ。ただし、 e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\log(1+x)$, $\frac{1}{1-x}$ の Maclaurin 展開の結果を利用してもよい。

(1) $\frac{1}{1+x^2}$ (x^{10} の項まで求めよ。また、 Σ 表示も求めよ) (2) $x^2 e^{-x}$ (x^7 の項まで求めよ。また、 Σ 表示も求めよ)

(3) $\sqrt[3]{e^{-x}}$ (x^5 の項まで求めよ。また、 Σ 表示も求めよ) (4) $e^x \sin x$ (x^5 の項まで求めよ)

(5) $\frac{1}{x^2 + 2x - 3}$ (x^4 の項まで求めよ。また、 Σ 表示も求めよ)

2. 関数 $f(x) = \text{Arctan } x$ について、次の問いに答えよ。

(a) 1.(1) を (項別) 積分することにより、 $f(x)$ の Maclaurin 展開を求めよ。

(b.1) $f'(0)$, $f''(0)$, $f'''(0)$ を求めよ。

(b.2) 2つの関数の積の微分に関する Leibniz の公式

$$\begin{aligned} (F(x)G(x))^{(n)} &= \sum_{k=0}^n {}_n C_k F^{(n-k)}(x)G^{(k)}(x) \\ &= F^{(n)}G + {}_n C_1 F^{(n-1)}G^{(1)} + {}_n C_2 F^{(n-2)}G^{(2)} + \cdots + {}_n C_{n-1} F^{(1)}G^{(n-1)} + FG^{(n)} \end{aligned}$$

($F(x)$, $G(x)$ は関数) を $(1+x^2)f'(x) = 1$ に適用して、漸化式 $f^{(n+1)}(0) = -n(n-1)f^{(n-1)}(0)$ ($n \geq 2$) が成り立つことを示せ。

(b.3) (b.2) を用いて、 $f(x)$ の Maclaurin 展開を求めよ。