

微分積分 II 小課題第 7 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

3年 ___ 科 ___ 番 氏名 _____

1. $z = f(x, y)$ を x, y の関数とし、極座標変換 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ を考える。

(1) $\frac{\partial z}{\partial r}, \frac{\partial z}{\partial \theta}$ を求めよ。

(2) 次が成り立つことを示せ。

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$$

2. $z = f(x, y)$ を x, y の関数とし、座標変換 $x = u + v, y = u - v$ を考える。

(1) $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$ を求めよ。

(2) $f(x, y) = x^2 - 3xy + y^2 + x$ のとき、 $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$ を求めよ。

3. $z = f(x, y)$ を x, y の関数とし、 $x = x(t), y = y(t)$ を考える。

(1) $\frac{d^2 z}{dt^2}$ を求めよ。

(2) $x(t) = \cos t, y(t) = \sin t$ のとき、 $\frac{dz}{dt}$ を求めよ。

4. 次の関数 $f(x, y)$ と与えられる点について、接平面を求めよ。

(1) $f(x, y) = x^2 - y^2, (1, 2, -3)$

(2) $f(x, y) = x^2 + y^3 + e^{xy}, (0, 1, 2)$