代数・幾何 I 小課題第 7 回
裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

2 年 M 科 ____ 番 氏名 ______________________

1. 次の条件を満たす図形の方程式を求めよ。

(1) 点 $(2, 1, 0)$ を通り、$\vec{u} = (3, -1, 3)$ に平行な直線

$\vec{p} = (2, 1, 0) + t(3, -1, 3)$

$(x, y, z) = (3t+2, -t+1, 3t)$

$\therefore\ x = 3t+2,\ y = -t+1,\ z = 3t$

tを消去!! $t = \frac{x-2}{3},\ t = \frac{y-1}{-1},\ t = \frac{z}{3}$

$\therefore\ \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3}$

(2) 点 $(3, 5, 4)$ を通り、$\vec{u} = (1, 0, 4)$ を方向ベクトルする直線

$\vec{p} = (3, 5, 4) + t(1, 0, 4)$

$(x, y, z) = (t+3, 5, 4t+4)$

$\therefore\ x = t+3,\ y = 5,\ z = 4t+4$

$t = x-3,\ y = 5,\ t = \frac{z-4}{4}$

$\therefore\ x - 3 = \frac{z-4}{4},\ y = 5.$

(3) 点 $(1, 2, -1)$ を通り、(1) の直線に垂直な平面

(1)に垂直なので、法線ベクトルは

$\vec{u} = (3, -1, 3)$である.

$(\vec{p} - \vec{a}) \cdot \vec{u} = 0.$

$((x, y, z) - (1, 2, -1)) \cdot (3, -1, 3) = 0$

$(x-1, y-2, z+1) \cdot (3, -1, 3) = 0$

$3(x-1) - (y-2) + 3(z+1) = 0$

$3x - y + 3z = -2.$

(4) 直線 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = z - 2$ に垂直で、原点を通る平面

(まず, 直線を媒介変数表示)

$t = \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = z - 2$ とおくと,

$x = 2t+1,\ y = -3t-1,\ z = t+2$

$\vec{p} = (x, y, z) = (1, -1, 2) + t(2, -3, 1)$

より, 直線の方向ベクトルは $(2, -3, 1)$.

これが平面の法線ベクトルだから,

$(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (2, -3, 1) = 0$

$\vec{a} = (0, 0, 0)$ $(x, y, z) \cdot (2, -3, 1) = 0$

$\therefore$ $2x - 3y + z = 0$

2. 次の計算をせよ。

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 \times a + 0 \times b + 2 \times c \\ 2 \times a + 1 \times b + (-1) \times c \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} a + 2c \\ 2a + b - c \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} (-1) \times a + 0 \times b + 0 \times c \\ 0 \times a + 1 \times b + 0 \times c \\ 0 \times a + 0 \times b + 3 \times c \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -a \\ b \\ 3c \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 \times a + 1 \times b + 0 \times c \\ 0 \times a + 1 \times b + 0 \times c \\ 0 \times a + 0 \times b + 1 \times c \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} a + b \\ b \\ c \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0 \times a + 0 \times b + 1 \times c \\ 0 \times a + 1 \times b + 0 \times c \\ 1 \times a + 0 \times b + 0 \times c \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} c \\ b \\ a \end{pmatrix}$