代数・幾何 I 小課題第 9 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

2年 M 科 ＿＿ 番 氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき、次を計算をしなさい。ただし、E は 2 次単位行列とする。

(1) $A + B$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

成分ごとに足す.

(2) $A - B$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

成分ごとに引く.

(3) BC

$$= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6-2 & 0+2 \\ 0+1 & 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(4) CB

$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6+0 & 4+0 \\ -3+0 & -2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$$

(5) BE

$$= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3+0 & 0+2 \\ 0+0 & 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(6) EB

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3+0 & 2+0 \\ 0+0 & 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{BE = EB = B}$

(単位行列を掛けても変わらない)

(7) $5(A - B) - 3A + 2B - C$

$$= 5A - 5B - 3A + 2B - C$$

$$= 2A - 3B - C$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 & -6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -11 & -4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

2. $A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ に対し、A^2, A^3 を計算せよ。ただし、A^n は A を n 個掛けあわせた積で、A の n 乗という：

$A^2 = AA,\ A^3 = AAA,\ A^4 = AAAA, \ldots$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ac \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ac \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

$$\left(A^3 = A^2 A \; (= AA^2) \right)$$