

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください!

2年 M 科 _____ 番氏名 _____

1. 次の行列について、の逆行列が存在すれば、それを求めよ。

(1) $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

$\Delta = 4 \cdot (-1) - 4 \cdot 2 = -12$

$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{12} \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$
 $= \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\Delta = 0 - 1 = -1$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(自分自身が逆行列)

(3) $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$

$\Delta = ab - 0 = ab$

$ab \neq 0$ のとき、

$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ab} \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}$

$\Delta = 3 \cdot (-2) - 1 \cdot (-6) = 0$

∴ 逆行列は存在しない。

(5) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

行列

$\Delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = 1$

$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

(6) $\begin{pmatrix} e^x & e^{-x} \\ -e^x & e^{-x} \end{pmatrix}$

$\Delta = e^x \cdot e^{-x} - e^{-x} \cdot (-e^x) = 2$

$\begin{pmatrix} e^x & e^{-x} \\ -e^x & e^{-x} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{-x} & -e^{-x} \\ e^x & e^x \end{pmatrix}$

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の逆行列: $\Delta \neq 0$ なら $A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$
 $\Delta = ad - bc$ $\Delta = 0$ なら 逆行列は存在しない。

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき、次を計算せよ。

(1) A^{-1}

$\Delta = 1 - 2 = -1$

$A^{-1} = -\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(2) B^{-1}

$\Delta = 2 + 4 = 6$

$B^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

(3) AB

$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2+8 & -1+2 \\ 2+4 & -1+1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

(4) $(AB)^{-1}$

$\Delta = 0 - 6 = -6$

$(AB)^{-1} = -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$

(5) $B^{-1}A^{-1}$

$B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \left(-\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right)$

$= -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$= -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -6 & 10 \end{pmatrix} = (AB)^{-1}$

$\Sigma a \neq \Sigma c, -A \Sigma c$

$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

263.