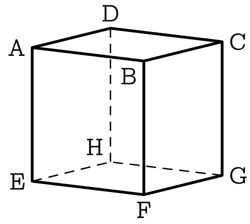
**代数・幾何Ⅰ 小課題第 6 回**

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

2 年 M 科 ____ 番 氏名 ______________________

1. 右の図のような 1 辺の長さが 1 の立方体 ABCD-EFGH において、$\vec{b}=\overrightarrow{AB},\ \vec{d}=\overrightarrow{AD},\ \vec{e}=\overrightarrow{AE}$ とするとき、次の問いに答えよ。




(1) 次のベクトルを $\vec{b},\ \vec{d},\ \vec{e}$ を用いて表わせ。

(a) $\overrightarrow{AF}$　　(b) $\overrightarrow{AG}$

(c) $\overrightarrow{CH}$　　(d) $\overrightarrow{BH}$

(2) 次のベクトルの内積を求めよ。

(a) $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{DH}$　　(b) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CF}$

(c) $\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{AF}$　　(d) $\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AG}$

(3) $\overrightarrow{BH}$ と $\overrightarrow{AG}$ のなす角を $\theta$ とするとき、$\cos\theta$ の値を求めよ。

2. 2 つのベクトル $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3),\ \vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ に対して、

$$\vec{a}\times\vec{b}=\left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right) \qquad \text{ただし、} \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc \text{ とする。}$$

により定まるベクトルを $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の**外積**という。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{a}=(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{b}=0$ となることを示せ。

(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が一次従属、すなわち、$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行のとき、$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$ となることを示せ。

今日は裏にも問題があります！

(3) 2 つのベクトル $\vec{a}=(2,-2,1)$, $\vec{b}=(2,3,-4)$ の両方に直交する単位ベクトルを求めよ。

3. $\vec{a}=(1,1,0)$, $\vec{b}=(0,-1,2)$, $\vec{c}=(2,1,1)$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\vec{e_1}=(1,0,0)$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表わせ。

(2) $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ を求めよ。また、$\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

略解

1. (1) $\overrightarrow{AF}=\vec{b}+\vec{e}$, $\overrightarrow{AG}=\vec{b}+\vec{d}+\vec{e}$, $\overrightarrow{CH}=-\vec{b}+\vec{e}$, $\overrightarrow{BH}=-\vec{b}+\vec{d}+\vec{e}$ (2) $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{DH}=0$, $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CF}=-1$, $\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{AF}=1$, $\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AG}=1$ (3) $\cos\theta=\dfrac{1}{3}$

2. (1) 略 (2) 略 (3) $\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3}\right)$, $\left(-\dfrac{1}{3},-\dfrac{2}{3},-\dfrac{2}{3}\right)$

3. (1) $\vec{e_1}=-3\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ (2) $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=\sqrt{5}$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$