

基礎数学α 小課題第12回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

1年 \_\_\_ 科 \_\_\_ 番氏名 \_\_\_\_\_

1.  $a \neq 0, b \neq 0$  とするとき、次を計算せよ。

(1)  $(a^2)^2 \times a^{-5}$   
 $= a^4 \times a^{-5}$   
 $= a^{-1}$

$(a^m)^n = a^{mn}$   
 $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(3)  $a^3 b^{-1} \times a^{-2} b^4$   
 $= a^{3-2} b^{-1+4}$   
 $= a b^3$

(5)  $(a^2 b)^3 \div a^{-3} b \times (ab)^{-1}$   
 $= a^6 b^3 \times a^3 b^{-1} \times a^{-1} b^{-1}$   
 $= a^8 b$

(7)  $(a^3 b^{-1})^3 \div (ab^{-2})^2$   
 $= a^9 b^{-3} \times (ab^{-2})^{-2}$   
 $= a^9 b^{-3} \times a^{-2} b^4$   
 $= a^7 b$

(2)  $a^{-3} \times a^2 \times a$   
 $= a^{-3+2+1}$   
 $= a^0 = 1$

(4)  $a^2 b \div a^3 b^{-4}$   
 $= a^2 b \times (a^3 b^{-4})^{-1}$   
 $= a^{2-3} b^{1-(-4)} = a^{-1} b^5$

(6)  $10^2 \times 0.0001 \div 0.1$   
 $= 10^2 \times 10^{-4} \div 10^{-1}$   
 $= 10^{2-4-(-1)} = 10^{-1} = 0.1$

(8)  $(ab)^{-3} \div (a^3 b^{-2})^{-2}$   
 $= a^{-3} b^{-3} \times (a^3 b^{-2})^2$   
 $= a^{-3} b^{-3} \times a^6 b^{-4}$   
 $= a^3 b^{-7}$



$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$   
 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

2. 次の値を求めよ。

(1)  $\sqrt[3]{-27}$   
 $(-3)^3 = -27$  より,  $\sqrt[3]{-27} = -3$ .

(2)  $-\sqrt[4]{81}$   
 $= -\sqrt[4]{3^4}$   
 $= -3$

もしくは,  $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$  とはる。

$27^{\frac{1}{4}} = (3^3)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{3}{4}}$

(3)  $\sqrt[6]{(-4)^6}$   
 $= \sqrt[6]{4^6}$   
 $= 4$  ←  $-4$  はない!  
 偶数乗根  $\sqrt[n]{a}$  は  
 正の数しか出てこないことに注意

(4)  $3^{\frac{1}{2}} \div 27^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{4}}$  ← 底を3でそろえよう!  
 $= 3^{\frac{1}{2}} \div 3^{\frac{3}{4}} \times 3^{-\frac{1}{4}}$   
 $= 3^{\frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = 3^{-\frac{1}{2}} (= \frac{1}{\sqrt{3}})$

(5)  $(16^{\frac{3}{4}})^{-\frac{1}{2}}$   
 $= 16^{-\frac{3}{8}}$   
 $= (2^4)^{-\frac{3}{8}} = 2^{-\frac{3}{2}} (= \frac{1}{\sqrt{2^3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}})$

(6)  $\sqrt{3^{\sqrt[3]{64}}}$   
 $= (3^{\sqrt[3]{64}})^{\frac{1}{2}}$   
 $= (3 \cdot (2^6)^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = (3 \cdot 2^2)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}$

(7)  $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{-16} - \sqrt[3]{-2}$   
 $= (2 \times 3^3)^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{4}{3}} - (-2^{\frac{1}{3}})$   
 $= 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} - 2 \cdot 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$   
 $= 2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$   
 $= 2 \sqrt[3]{2} (= 2^{\frac{4}{3}})$

(8)  $\sqrt[3]{3} \div \sqrt[4]{27} \times \sqrt[12]{3}$   
 $= 3^{\frac{1}{3}} \div 3^{\frac{3}{4}} \times 3^{\frac{1}{12}} = 3^{\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{1}{12}}$   
 $= 3^{-\frac{1}{3}}$   
 $(= \frac{1}{\sqrt[3]{3}})$

$n$ : 奇数のとき  
 $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$

Point!

$x^m \times x^n = x^{m+n}$   
 $x^m \div x^n = x^{m-n}$   
 $(-x)^n = -x^n$   
 $\therefore \sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$

今日は裏にも問題があります!

3. 次を計算せよ。ただし、 $a > 0, b > 0$ とする。

$$\begin{aligned}
 (1) \sqrt[3]{a} \times \sqrt{a^3} \div \sqrt[3]{a^5} \\
 = a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{3}{2}} \div a^{\frac{5}{3}} \\
 = a^{\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{3}} \\
 = a^{\frac{1}{6}} (= \sqrt[6]{a})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}) \\
 = (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}) \\
 = (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}) \leftarrow \\
 = a - b.
 \end{aligned}$$

Check! 

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

$$\begin{aligned}
 (2) \sqrt{a^5 b^3} \div \sqrt[3]{a^2 b} \times \sqrt[4]{(ab)^2} \\
 = a^{\frac{5}{2}} b^{\frac{3}{2}} \div a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} \\
 = a^{\frac{5}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} \\
 = a^{\frac{7}{3}} b^{\frac{5}{3}} (= \sqrt[3]{a^7 b^5})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \frac{\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a^2}} \times \sqrt[3]{a\sqrt{b}} \\
 = a^{\frac{4}{3}} b^{-\frac{1}{2}} \times a^{-\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{6}} \\
 = ab^0 \\
 = a.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sqrt[3]{a\sqrt{b}} \\
 & = (a\sqrt{b})^{\frac{1}{3}} \\
 & = (ab^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} \\
 & = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{6}}.
 \end{aligned}$$

1. (1)  $a^{-1}$  (2) 1 (3)  $ab^3$  (4)  $a^{-1}b^5$  (5)  $a^8b$  (6) 0.1 (7)  $a^7b$  (8)  $a^3b^{-7}$
2. (1) -3 (2) -3 (3) 4 (4)  $3^{-\frac{1}{2}}$  (5)  $\frac{\sqrt{3}}{1}$  (6)  $2\sqrt{3}$  (7)  $2\sqrt[3]{2}$  (8)  $3^{-\frac{1}{3}}$  ( $=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ )
3. (1)  $a^{\frac{1}{6}}$  ( $=\sqrt[6]{a}$ ) (2)  $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{5}{3}}$  ( $=\sqrt[3]{a^2b^5}$ ) (3)  $a-b$  (4)  ~~$ab^{-\frac{1}{3}}$  ( $=\frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$ )~~