基礎数学α 小課題第 15 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

1 年 ___ 科 ___ 番 氏名 ____________________

$\log_a \square$ の形でそろえる！

$(27)^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$

1. 次の数の大小を調べよ。

(1) $2\log_2 5,\ -1,\ 9\log_2 \sqrt[3]{3}$

$\log_2 25 \quad \log_2 \frac{1}{2} \quad \log_2 (\sqrt[3]{3})^9 = \log_2 (3^{\frac{1}{3}})^9 = \log_2 27$

$\frac{1}{2} < 25 < 27$ より，

$\log_2 \frac{1}{2} < \log_2 25 < \log_2 27$

$-1 < 2\log_2 5 < 9\log_2 \sqrt[3]{3}$

(2) $\frac{2}{3}\log_5 27,\ -\log_5 \frac{1}{4},\ 2\log_5 \sqrt{7}$

$\log_5 9 \quad \log_5 4 \quad \log_5 7$

$4 < 7 < 9$ より，

$\log_5 4 < \log_5 7 < \log_5 9$

$2\log_5 \sqrt{7} < 2\log_5 \sqrt{7} < \frac{2}{3}\log_5 27$

(3) $3,\ \log_2 7,\ 1 + \log_2 5$

$\log_2 8 \qquad \log_2 2 + \log_2 5 = \log_2 10$

$7 < 8 < 10$ より，

$\log_2 7 < \log_2 8 < \log_2 10$

$\log_2 7 < 3 < 1 + \log_2 5$

(4) $\log_{\frac{1}{4}} 5,\ \log_3 5,\ \log_4 5$

$\log_{\frac{1}{4}} 5$ だけが負の数になるから，一番小さい。

底の変換でも良い：$\log_{\frac{1}{4}} 5 = \dfrac{\log_4 5}{\underbrace{\log_4 \frac{1}{4}}_{-1}} = -\log_4 5$

$\log_3 5$ と $\log_4 5$ を比較する：

$\log_4 5 = \dfrac{\log_3 5}{\log_3 4} < \log_3 5$ （$\log_3 4$ は 1 より大きい数

$\therefore\ \log_{\frac{1}{4}} 5 < \log_4 5 < \log_3 5$

2. 次の方程式を解け。

(1) $\log_2(x + 4) = 3$

真数条件：$x + 4 > 0$ i.e. $x > -4$

与式：$\log_2(x+4) = \log_2 8$ ← $\log_2 \square$ で両辺をそろえる

$\therefore\ x + 4 = 8$

$x = 4$

（$x > -4$ を満たしている）

(2) $\log_2(1 - x) = 5$

真数条件：$1 - x > 0$ i.e. $x < 1$

与式：$\log_2(1-x) = \log_2 2^5 = \log_2 32$

$\therefore\ 1 - x = 32$

$x = -31$

（$x < 1$ を満たしている）

(3) $\log_4 x + \log_4(x + 1) = \frac{1}{2}$

真数条件：$x > 0$ かつ $x + 1 > 0$.

i.e. $x > 0$

与式：$\log_4 x(x+1) = \log_4 4^{\frac{1}{2}} = \log_4 2$

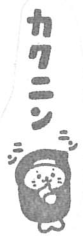
$\therefore\ x(x+1) = 2$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x-1)(x+2) = 0$

$x = -2,\ 1$

$x > 0$ より，$x = 1$. ← 真数条件を満たしているか，確認



(4) $2\log_3 x = \log_3(x + 2)$

真数条件：$x > 0$ かつ $x + 2 > 0$

i.e. $x > 0$.

$\log_3 x^2 = \log_3(x+2)$

$\therefore\ x^2 = x + 2$

$x^2 - x + 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$x = -1,\ 2$

$x > 0$ より，$x = 2$.

今日は裏にも問題があります！

(5) $\log_3(x-5) = \log_9(x+1)$

真数条件：$x-5>0$ かつ $x+1>0$ i.e. $x>5$

与式：$\log_3(x-5) = \dfrac{\log_3(x+1)}{\log_3 9} \leftarrow 2$

$2\log_3(x-5) = \log_3(x+1)$

$\log_3(x-5)^2 = \log_3(x+1)$

$\therefore (x-5)^2 = x+1$

$x^2-11x+24=0$

$(x-3)(x-8)=0$

$x=3, 8$

$x>5$ より，$x=8$

(6) $\log_2(x+3)+\log_2(2x-1)=2$

真数条件：$x+3>0$ かつ $2x-1>0$，i.e. $x>\frac{1}{2}$.

与式：$\log_2(x+3)(2x-1) = \log_2 4$

$\therefore (x+3)(2x-1)=4$

$2x^2+5x-7=0$

$(2x+7)(x-1)=0$

$x=-\frac{7}{2}, 1$

$x>\frac{1}{2}$ より，$x=1$.

(7) $\log_2(x+2)+\log_2(x-4)=0$

真数条件：$x+2>0$ かつ $x-4>0$

i.e. $x>4$.

与式：$\log_2(x+2)(x-4) = \log_2 1$

$\therefore (x+2)(x-4)=1$

$x^2-2x-9=0$

$x = \dfrac{2\pm\sqrt{4+36}}{2}$

$= 1\pm\sqrt{10}$

$x>4$ より，$x=1+\sqrt{10}$.

$(3^2<10$ より $3<\sqrt{10}$ $\therefore 4<1+\sqrt{10})$

(8) $(\log_{10}x)^2+\log_{10}x^2-3=0$

$t=\log_{10}x$ とおく．真数条件は $x>0$ かつ $x^2>0$.

すなわち，$x>0$.

与式：$(\log_{10}x)^2+2\log_{10}x-3=0$

$t^2+2t-3=0$

$(t+3)(t-1)=0$

$t=-3, 1$.

$t=-3$ のとき：$-3=\log_{10}x$

$x=10^{-3}$

$t=1$ のとき：$1=\log_{10}x$

$x=10$.

$\therefore$ 解は $x=10, 10^{-3}$.

略解

1. (1) $-1<2\log_2 5<9\log_2\sqrt[3]{3}$ (2) $-\log_5\frac{1}{4}<2\log_5\sqrt{7}<\frac{2}{3}\log_5 27$ (3) $\log_2 7<3<1+\log_2 5$ (4) $\log_{\frac{1}{4}}5<\log_4 5<\log_3 5$

2. (1) $x=4$ (2) $x=-63$ (3) $x=1$ (4) $x=2$ (5) $x=8$ (6) $x=1$ (7) $x=1+\sqrt{10}$ (8) $x=10^{-3}, 10$