基礎数学α 小課題第 16 回
裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

1年 ___ 科 ___ 番 氏名 ______________________

1. 次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_{0.4}(3-x) \geq \log_{0.4}(2x+1)$

真数条件： $3-x>0$ かつ $2x+1>0$.
すなわち，$-\frac{1}{2}<x<3$.

底 $=0.4<1$ なので，

$$3-x \leq 2x+1$$
$$3x \geq 2$$
$$x \geq \frac{2}{3}$$

$-\frac{1}{2}<x<3$ より，$\frac{2}{3} \leq x < 3$.

(2) $\log_2(x+1)+\log_2(x-1)<\log_2(2x+7)$

真数条件： $x+1>0$ かつ $x-1>0$ かつ $2x+7>0$.
i.e. $x>1$

与式： $\log_2(x+1)(x-1) < \log_2(2x+7)$

$$\therefore (x+1)(x-1)<2x+7$$
$$x^2-2x-8<0$$
$$(x-4)(x+2)<0$$
$$\therefore -2<x<4$$

$x>1$ より，$1<x<4$.

(3) $(\log_3 x)^2-\log_3 x^2-3=0$

真数条件： $x>0$ かつ $x^2>0$.
i.e. $x>0$.

$t=\log_3 x$ とおくと，$\log_3 x^2 = 2\log_3 x = 2t$ より，

与式： $t^2-2t-3=0$
$$(t-3)(t+1)=0$$
$$t=-1, 3.$$

$t=-1$ のとき. $\log_3 x=-1 \Leftrightarrow x=3^{-1}=\frac{1}{3}$
$t=3$ のとき $\log_3 x = 3 \Leftrightarrow x=3^3=27$
$\therefore$ 解は $x=\frac{1}{3}, 27$.

(4) $2^x=3^{x+1}$

$\log_2$ をとる
($\log_3$ でも良い)

$$\log_2 2^x = \log_2 3^{x+1}$$
$$x=(x+1)\log_2 3$$
$$x(1-\log_2 3)=\log_2 3$$
$$x=-\frac{\log_2 3}{\log_2 3-1}$$

別解) ($\log_3$ をとった場合)

$$\log_3 2^x = \log_3 3^{x+1}$$
$$x\log_3 2 = x+1 \quad \therefore x=\frac{1}{\log_3 2-1}$$

(5) $\log_2(7-x)>\log_2(2x+1)$

真数条件： $7-x>0$ かつ $2x+1>0$
i.e. $-\frac{1}{2}<x<7$.

与式より，$7-x>2x+1$
$$-3x>-6$$
$$x<2$$

$-\frac{1}{2}<x<7$ より，$-\frac{1}{2}<x<2$.

(6) $2(\log_{10} x)^2-5\log_{10} x+2 \leq 0$

真数条件： $x>0$.
$t=\log_{10} x$ とおくと，与式は

$$2t^2-5t+2 \leq 0$$
$$(2t-1)(t-2) \leq 0$$
$$\therefore \frac{1}{2} \leq t \leq 2.$$
$$\log_{10}\sqrt{10} \leq \log_{10} x \leq \log_{10} 10^2$$
$$\sqrt{10} \leq x \leq 10^2$$

$x>0$ より，$\sqrt{10} \leq x \leq 100$.

今日は裏にも問題があります！

2. 教科書巻末の対数表を用いて、次の式のおおよその値を有効数字 3 桁で求めよ。

(1) 6^{25}

対数表から

$$\log_{10} 6^{25} = 25 \log_{10} 6 = 25 \times 0.7782$$
$$= 19.455$$
$$= 19 + 0.455$$

対数表から

$$\fallingdotseq \log_{10} 10^{19} + \log_{10} 2.85$$
$$= \log_{10}(2.85 \times 10^{19})$$

$$\therefore\ 6^{25} \fallingdotseq 2.85 \times 10^{19}$$

〃

28430288029929701376（実際の値）

(2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{15}$

$$\log_{10}\left(\frac{2}{3}\right)^{15} = 15 \log_{10}\frac{2}{3}$$
$$= 15(\log_{10} 2 - \log_{10} 3)$$
$$= 15(0.3010 - 0.4771)$$
$$= -2.6415$$
$$= -3 + 0.3585$$
$$\fallingdotseq \log_{10} 10^{-3} + \log_{10} 2.28$$
$$= \log_{10}(2.28 \times 10^{-3})$$

$$\therefore\ \left(\frac{2}{3}\right)^{15} \fallingdotseq 2.28 \times 10^{-3}$$

〃

0.0022836....

(3) 763×234 （ヒント: $\log_{10}(763 \times 234) = \log_{10} 763 + \log_{10} 234$）

$$\log_{10}(763 \times 234) = \log_{10} 763 + \log_{10} 234$$
$$= \log_{10}(7.63 \times 10^2) + \log_{10}(2.34 \times 10^2)$$
$$= \log_{10} 7.63 + 2 + \log_{10} 2.34 + 2$$
$$= 0.8825 + 2 + 0.3692 + 2$$
$$= 5.2517$$
$$= 5 + 0.2517$$
$$\fallingdotseq \log_{10} 10^5 + \log_{10} 1.79$$
$$= \log_{10}(1.79 \times 10^5)$$

$$\therefore\ 763 \times 234 \fallingdotseq 1.79 \times 10^5$$

〃

178542（実際の値）

数研のホームページにあります。

(1) 6^{25} を7ケタの対数表で計算する

$$\log_{10} 6^{25} = 25 \log_{10} 6$$
$$= 25 \times 0.7781512$$
$$= 19.45378$$
$$\fallingdotseq \log_{10} 10^{19} + \log_{10} 2.8430$$
$$= \log_{10}(2.8430 \times 10^{19})$$

$$\therefore\ 6^{25} \fallingdotseq 2.8430 \times 10^{19}$$

教科書の4ケタの対数表より精度が良い！

Check!

略解

1. (1) $\frac{3}{2} \leqq x < 3$ (2) $1 < x < 4$ (3) $x = \frac{1}{3}, 27$ (4) $x = \frac{\log_2 3}{1 - \log_2 3}$ (5) $-\frac{1}{2} < x < 2$ (6) $\sqrt{10} \leqq x \leqq 100$

2. (1) 2.85×10^{19} (2) 2.28×10^{-3} (3) 1.78×10^5