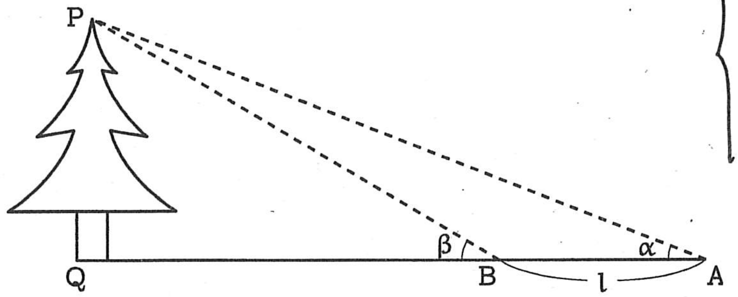
基礎数学α 小課題第 17 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

1 年 ___ 科 ___ 番 氏名 ____________________

1. A 地点から B 地点まで l だけ離れている。次の 2 通りの方法で、木の高さ PQ を求めよ。ただし、簡単のため、観測者の背の高さは考慮していない。

(1) A 地点と B 地点より木のてっぺん P までの角度を測ると、A 地点では α、B 地点では β であった。このとき、木の高さ PQ を l, α, β を用いて表わせ。



$$\begin{cases} PQ = AQ\tan\alpha \\ PQ = BQ\tan\beta \\ AQ = l + BQ \end{cases}$$ より，

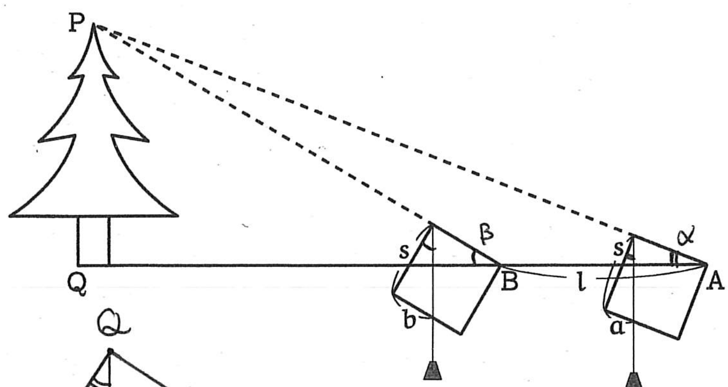
$$\frac{PQ}{\tan\alpha} = l + \frac{PQ}{\tan\beta}$$ 両辺に $\tan\alpha\tan\beta$ を掛ける.

$$PQ\tan\beta = l\tan\alpha\tan\beta + PQ\tan\alpha$$

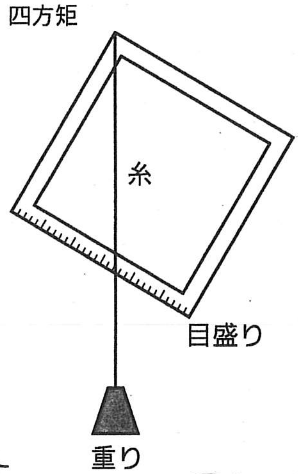
$$(\tan\beta - \tan\alpha)PQ = l\tan\alpha\tan\beta$$

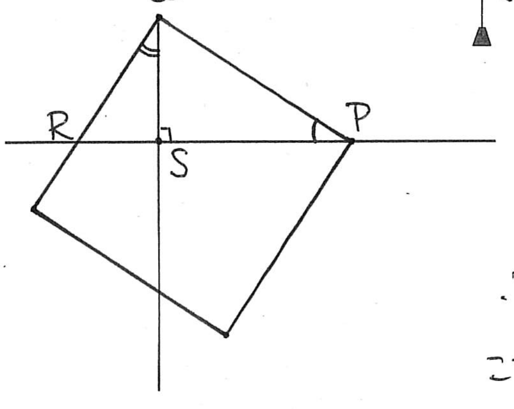
$$PQ = \frac{l\tan\alpha\tan\beta}{\tan\beta - \tan\alpha}$$

(2) 1 辺の長さが s の正方形の金枠のひとつの頂点に糸を結び、糸のもう一方の端に重りをくくりつけた (これを四方矩(しほうのかね)という*)。図のように、木のてっぺん P へと器具 S を向け、糸と器具 S との交点とその頂点までの長さを測ると、A 地点では a、B 地点では b であった。このとき、木の高さ PQ を s, l, a, b を用いて表わせ。



四方矩





$\triangle PQS$ と $\triangle PRQ$ は相似だから，$\angle PQS = \angle PRQ$

故に，$\angle QPS = \angle RQS$

$\therefore \tan\beta = \frac{b}{s}$，$\tan\alpha = \frac{a}{s}$

これを (1) の式に代入して，

$$PQ = \frac{l \cdot \frac{a}{s} \cdot \frac{b}{s}}{\frac{b}{s} - \frac{a}{s}} = \frac{abl}{(b-a)s}$$

---

* 「分度余術」松宮観山編、享保 13 年 (1728 年) http://dl.ndl.go.jp/info:ndljp/pid/3508472/5 (国立国会図書館デジタルコレクション)

参考：江戸の数学 第 1 部 和算の歴史 第 4 章 実学としての和算 http://www.ndl.go.jp/math/s1/c7.html