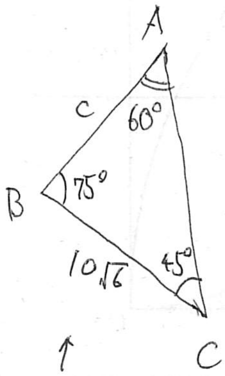
基礎数学α 小課題第 20 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！各問題の類題もあわせて示すようにしてみました。例題 と 節末 は教科書の該当する章の例題と節末問題を、14 などは問題集の番号を示しています。この課題の問題が解けなかったら教科書の例題に戻って確認、また、試験前には類題 (例題の下にある練習問題も) も解いてみると良いでしょう。

1 年 ___ 科 ___ 番 氏名 ______________

1. 次の △ABC について、次の問いに答えよ。

(1) $B = 75°, C = 45°, a = 10\sqrt{6}$ のとき、c と外接円の半径 R を求めよ。例題 5, 252(1), 253, 節末 6(2)



必ず図を描いておく！

三角形の内角の和は 180° だから $A = 60°$

正弦定理より、

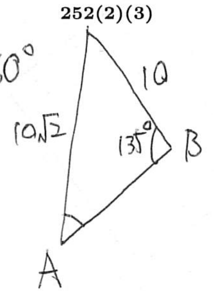
$$\frac{10\sqrt{6}}{\sin 60°} = \frac{c}{\sin 45°} = 2R$$

$$\therefore c = \frac{10\sqrt{6}}{\sin 60°} \times \sin 45°$$

$$= \frac{10\sqrt{6} \times 2}{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 20$$

$$R = \frac{1}{2} \times \frac{10\sqrt{6}}{\sin 60°} = \frac{10\sqrt{6}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 10\sqrt{2}$$

(2) $a = 10, b = 10\sqrt{2}, B = 135°$ のとき、A を求めよ。252(2)(3)



正弦定理より、

$$\frac{10}{\sin A} = \frac{10\sqrt{2}}{\sin 135°}$$

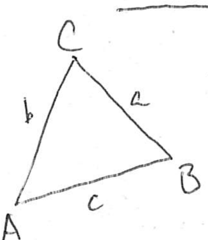
$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\therefore \sin A = 10 \times \frac{\sin 135°}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$\sin A = \frac{1}{2}$ となる A は 30°

(ここで、$\sin 150° = \frac{1}{2}$ だが、$B = 135°$ より、内角の和 180° を超えてしまうため不適)

正弦定理



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

外接円の半径

$\frac{(辺の長さ)}{(対角の\sin)}$

(3) $a = \sqrt{3}, b = 2, C = 150°$ のとき、c を求めよ。例題 6, 254(1)(2), 265, 節末 3(2), 6(1)

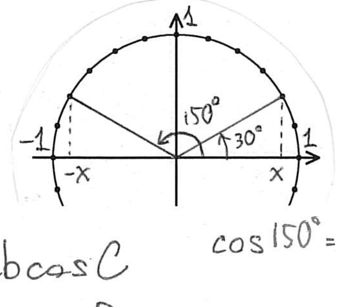
余弦定理より

$$c^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \underbrace{\cos 150°}_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= 3 + 4 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 13$$

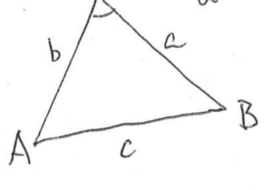
$$\therefore c = \sqrt{13}$$



$\cos 150° = -\cos 30°$

余弦定理

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$



(4) $a = \sqrt{10}, b = \sqrt{2}, c = 2$ のとき、A を求めよ。例題 7, 254(3), 265, 節末 3(1), 7

余弦定理より、

$$(\sqrt{10})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \cos A$$

$$10 = 2 + 4 - 2\sqrt{2} \cdot 2\cos A$$

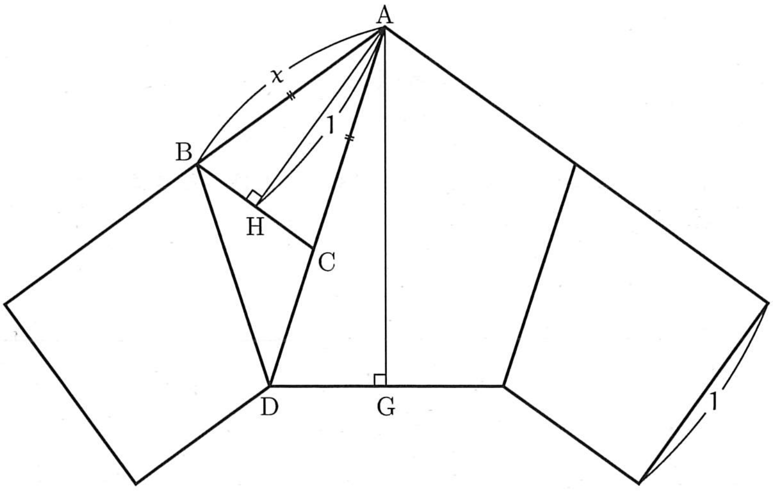
$$\cos A = \frac{2+4-10}{2\sqrt{2} \cdot 2} = \frac{-4}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 135°$$

($\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$ だから 45° 系だな… cos の値が負だから、135°！)

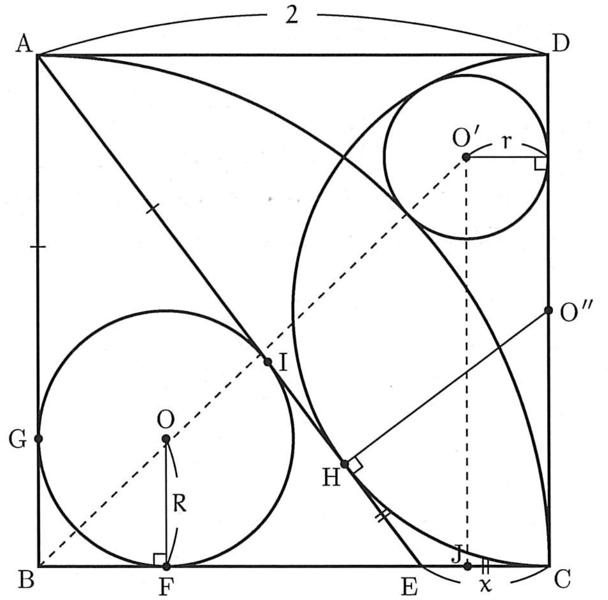
★算額　ヒントと答え

答え: $\sqrt{\dfrac{10-2\sqrt{5}}{5}}$ 寸



ヒント：紙の幅 1 寸に対して、正五角形の一辺の長さを x 寸とする。図のように、三平方の定理から、$BH = \sqrt{x^2-1}$ となる。$\triangle ABH \propto \triangle ADG$ から、$AB : AH = AD : AG$ となる。ここから、$\sqrt{x^2-1}$ の混じった x の方程式を得る。これを $A\sqrt{x^2-1} = B$ の形に変形して、両辺を 2 乗すれば、4 次方程式 $5x^4 - 20x^2 + 16 = 0$ を得るが、$X = x^2$ とおいて、これは 2 次方程式である。これを解いてみよう。

答え: 大円の直径は小円の直径の $\dfrac{25}{16}$ 倍



ヒント：大円の半径を R、小円の半径を r、正方形の一辺の長さを仮に 2 とする。$\triangle ADO'' \equiv \triangle AHO''$ より、$AD = AH = 2$ となり、$EC = x$ とおくと、同様に $EH = x$。また、$AG = AI$ より、$EF = EI = R + x$ となる。$BC = BF + FE + EC$ より、$x = 1 - R$ となることがわかる。直角三角形 ABE に三平方の定理を適用して、R を求めよう。一方、r は直角三角形 BJO' に三平方の定理を適用して求められる。

略解

1．(1) $c = 20$, $R = 10\sqrt{2}$　(2) $A = 30^\circ$　(3) $c = \sqrt{13}$　(4) $A = 135^\circ$