

基礎数学α 小課題第 23 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずに書いてください！各問題の類題もあわせて示すようにしてみました。例・例題 と 節末 は教科書の該当する章の例・例題と節末問題を、14などは問題集の番号を示しています。この課題の問題が解けなかったら教科書の例・例題に戻って確認、また、試験前には類題(例の下にある練習問題も)も解いてみると良いでしょう。

1年 ___ 科 ___ 番氏名 _____

1. 加法定理を用いて、次の公式を導け。p.171, 節末 7, 9

(1) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

(Hint: $\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha)$)

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= \sin(\alpha + \alpha) \quad \text{加法定理} \\ &= \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha \\ &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

(2) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos(\alpha + \alpha) \quad \text{加法定理} \\ &= \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

(3) $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (4) $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}, \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$

$$\begin{aligned} (2) \text{ ㊦), } \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ &= \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ &= 2(1 - \sin^2 \alpha) - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ ㊦), } \cos 2\alpha &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha \\ \therefore \cos^2 \frac{\alpha}{2} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha \quad \text{㊦) } \alpha \rightarrow \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ ㊦), } \cos 2\alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha \\ \therefore \sin^2 \frac{\alpha}{2} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \alpha \end{aligned}$$

(5) $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

$\sin 3\alpha = \sin(2\alpha + \alpha)$

$$\begin{aligned} (1) \times (3) \quad &= \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha \\ &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \cos \alpha \\ &\quad + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \sin \alpha \\ &= 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) \\ &\quad + \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha \\ &= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \end{aligned}$$

(6) $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$

$\cos 3\alpha = \cos(2\alpha + \alpha)$

$$\begin{aligned} &= \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha \\ &= (2 \cos^2 \alpha - 1) \cos \alpha \\ &\quad - 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \sin \alpha \\ &= 2 \cos^3 \alpha - \cos \alpha \\ &\quad - 2(1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha \\ &= 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha \end{aligned}$$