

基礎数学α 小課題第9回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

1年 \_\_\_ 科 \_\_\_ 番氏名 \_\_\_\_\_

1. (1)  $a > b > 0$  のとき、 $\frac{a}{a+1} > \frac{b}{b+1}$  となることを証明せよ。  
よ。

$$\sqrt{ax+by}\sqrt{x+y} \geq \sqrt{ax} + \sqrt{by}$$


となることを証明せよ。

- (3)  $a > 0, b > 0$  のとき、 $\frac{3a}{5b} + \frac{5b}{3a} \geq 2$  となることを証明せよ。また、等号成立はいつか。
- (4)  $x > 0, y > 0$  のとき、 $\left(x + \frac{4}{x}\right)\left(y + \frac{9}{y}\right) \geq 24$  となることを証明せよ。また、等号成立はいつか。

- (5)  $x > 0, y > 0$  のとき、 $\left(x + \frac{1}{y}\right)\left(y + \frac{9}{x}\right) \geq 16$  となることを証明せよ。また、等号成立はいつか。

2.  $a > 0, b > 0$  とするとき、 $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab}$  となることを証明せよ。また、等号成立はいつか。

3.  $a > 1$  のとき、 $a + \frac{1}{a-1}$  の最小値を求めよ。ヒント：相加平均と相乗平均の関係

 半円  $O$  を描き、両端を  $A, B$  とする。図のように、線分  $OB$  上に点  $P$  を取り、 $AP = a, PB = b$  とする ( $a \geq b$ )。図のように、 $AD = a, BC = b$  となるように台形  $ABCD$  を描くとき、線分  $OS, PQ, PR$  の長さをそれぞれ  $a, b$  を用いて表わせ。

