

合成関数の微分

かけ算!!
 $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \leftarrow \text{中の微分を忘れない}$
 外↑ 中↑
 外を微分して、中身を入る。

2年 ____ 科 ____ 番氏名 _____

★(1)~(5)については、関数を微分せよ。(6)~(10)については不定積分を計算せよ。

(1) $((2x-1)^3)'$
 $= 3(2x-1)^2 \cdot (2x-1)'$
 $= 6(2x-1)^2$

(2) $(\sin(3x-2))'$
 $= \cos(3x-2) \cdot (3x-2)'$
 $= 3\cos(3x-2)$

$(\sin x)' = \cos x$

(3) $(\tan 4x)'$
 $= \frac{1}{\cos^2 4x} \cdot (4x)'$
 $= \frac{4}{\cos^2 4x}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

(4) $(\log(5x+1))'$
 $= \frac{1}{5x+1} \cdot (5x+1)'$
 $= \frac{5}{5x+1}$

$(\log x)' = \frac{1}{x}$

(5) $(e^{2x^2-1})'$
 $= e^{2x^2-1} \cdot (2x^2-1)'$
 $= 4xe^{2x^2-1}$

$(e^x)' = e^x$

(6) $\int \cos(3x+1) dx$
 $t = 3x+1$
 $dt = \frac{dt}{dx} dx = 3dx$
 $\therefore dx = \frac{1}{3} dt$
 $= \int \cos t \cdot \frac{1}{3} dt$
 $= \frac{1}{3} \sin t + C$
 $= \frac{1}{3} \sin(3x+1) + C$

また
 $(\cos x)' = -\sin x$
 $\Rightarrow \cos x = -\int \sin x dx = \frac{1}{3} \sin(3x+1) + C$
 $\int \sin x dx = -\cos x + C$

$(\sin x)' = \cos x$
 $\Rightarrow \sin x = \int \cos x dx$

(7) $\int \frac{1}{5x-3} dx$
 $t = 5x-3$
 $dt = \frac{dt}{dx} dx = 5dx$
 $dx = \frac{1}{5} dt$
 $= \int \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{5} dt$
 $= \frac{1}{5} \log|t| + C$
 $= \frac{1}{5} \log|5x-3| + C$

(8) $\int x e^{x^2-4} dx$
 $t = x^2-4$
 $dt = \frac{dt}{dx} dx = 2x dx$
 $\therefore x dx = \frac{1}{2} dt$
 $= \int e^t \cdot \frac{1}{2} dt$
 $= \frac{1}{2} e^t + C$
 $= \frac{1}{2} e^{x^2-4} + C$

絶対値記号忘れ!!

(9) $\int \frac{x}{x^2-1} dx$
 $= \int \frac{2x}{x^2-1} \times \frac{1}{2} dx$
 $= \int \frac{(x^2-1)'}{x^2-1} \cdot \frac{1}{2} dx$
 $= \frac{1}{2} \log|x^2-1| + C$

log型

$\int \frac{g'(x)}{g(x)} dx$
 $= \log|g(x)| + C$
 分数の関数は
 log型を疑え!

(10) $\int (x-4)\sqrt{2x-1} dx$
 $t = 2x-1$
 $dt = \frac{dt}{dx} dx = 2dx$
 $dx = \frac{1}{2} dt$
 $(x-4) = \frac{t+1}{2} - 4 = \frac{t-7}{2}$
 $= \int (\frac{1}{2}t - \frac{7}{2}) \sqrt{t} \cdot \frac{1}{2} dt$
 $= \int (\frac{1}{4}t^{\frac{3}{2}} - \frac{7}{4}t^{\frac{1}{2}}) dt$
 $= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} t^{\frac{5}{2}} - \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + C$
 $= \frac{1}{10} t^{\frac{5}{2}} - \frac{7}{6} t^{\frac{3}{2}} + C$
 $= \frac{1}{10} (2x-1)^{\frac{5}{2}} - \frac{7}{6} (2x-1)^{\frac{3}{2}} + C$

(置換) $\int \frac{x}{x^2-1} dx = \int \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{2} dt$
 $t = x^2-1$
 $dt = 2x dx$
 $x dx = \frac{1}{2} dt$
 $= \frac{1}{2} \log|t| + C$
 $= \frac{1}{2} \log|x^2-1| + C$