

微分積分 I 小課題第 3 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

2 年 ____ 科 ____ 番 氏名 _____

1. 次の等差数列の和を求めよ。

- (1) 初項が 5 で、公差が -2 の等差数列の初項から第 10 項までの和

$$S_{10} = \frac{1}{2} \times 10 \times \{2 \times 5 + 9 \times (-2)\} = -40$$

- (2) 初項が 5、公差が 3、末項が 44 の等差数列の和

(Hint: 項数 n は一般項の式と末項の条件から計算せよ)

$$a_n = 5 + (n-1) \times 3 = 3n + 2.$$

$$a_n = 44 \text{ とするとき:}$$

$$3n + 2 = 44$$

$$n = 14. \leftarrow \text{項数}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 14 \times \{2 \times 5 + 13 \times 3\} = 343.$$

- (3) 初項が 2 で、公差が 3 の等差数列の第 9 項から第 21 項までの和

裏へ.

$$16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$$

2. $a_4 = 2, a_6 = \frac{1}{2}$ となる等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

初項 a , 公比 r とすると, $a_n = ar^{n-1}$

$$a_4 = 2: ar^3 = 2 \quad \text{--- ①}$$

$$a_6 = \frac{1}{2}: ar^5 = \frac{1}{2} \quad \text{--- ②}$$

$$\frac{\text{②}}{\text{①}}: \frac{ar^5}{ar^3} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} \therefore r = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{①より, } a = \frac{2}{r^3}$$

$$r = \frac{1}{2} \text{ のとき, } a = 16 \text{ で, } a_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$$

$$r = -\frac{1}{2} \text{ のとき } a = -16 \text{ で, } a_n = -16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$$

3. 初項が 2、項比が $\frac{2}{3}$ の等比数列 $\{a_n\}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $\frac{32}{81}$ は第何項か?

$$a_n = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \text{ とし, } \therefore n-1 = 4$$

$$2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{32}{81} \quad n = 5$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

- (2) 初めて $\frac{1}{3}$ より小さくなるのは第何項か?

$$a_n < \frac{1}{3} \text{ とすると,}$$

$$2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} < \frac{1}{3}$$

$$2 \cdot 2^{n-1} < \frac{1}{3} \cdot 3^{n-1}$$

$$2^n < 3^{n-2} \quad (*)$$

$$n=5: 2^5 < 3^3 \quad (\text{ダマ})$$

$$n=6: 2^6 < 3^4 \quad (\text{OK})$$

ゆえに, $n=6$ のとき初めて $(*)$ を満たす.

($a_n < \frac{1}{3}$ と初めてなるのは $n=6$ のとき)

- (3) 初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$$S_n = \frac{2(1 - (\frac{2}{3})^n)}{1 - \frac{2}{3}} \times 3$$

$$= \frac{6(1 - (\frac{2}{3})^n)}{3-2}$$

$$= 6 - 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$(3) \quad S_{21} = \underbrace{a_1 + a_2 + \dots + a_8}_{S_8} + \underbrace{a_9 + \dots + a_{21}}_{\text{求たい和 } S} \quad \begin{array}{l} \text{初項 } 2 \\ \text{公差 } 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} S &= S_{21} - S_8 \\ &= \frac{1}{2} \times 21 \times \{2 \times 2 + 20 \times 3\} - \frac{1}{2} \times 8 \times \{2 \times 2 + 7 \times 3\} \\ &= \frac{1}{2} \times 21 \times 64 - \frac{1}{2} \times 8 \times 25 \\ &= 572. \end{aligned}$$

$$3. (1) \text{ 第5項} \quad (2) \text{ 第6項} \quad (3) S_n = 6 - 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$2. a_n = \left(\frac{2}{1}\right)^{n-5} \quad \text{または } a_n = -\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-5}$$

$$1. (1) -40 \quad (2) 343 \quad (3) 572$$