

微分積分 I 小課題第 8 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

「イキジ」の部分は分かりやすく説明しよう

けもの。解答には書かない方がよい。(この授業では大丈夫)

1. 次の極限について、収束するならば極限値を、収束しないならば、「 ∞ 」、「 $-\infty$ 」、「極限値はない」のいずれかを答えよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を用いてよい。

(1) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{(x-2)^3}$

$= \infty$

(イキジ) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{(x-2)^3}$

0ではなく、
正の数と小さい
数。 $= \frac{1}{(+0)^3} = \infty$

(4) $\lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{1}{\sqrt{x-2}-1}$

$= \infty$

(イキジ) $\frac{1}{\sqrt{1+0}-1} = \frac{1}{+0} = \infty$

1よりおそろに
大きい。

よ、 $\sqrt{1+0}-1 = +0$

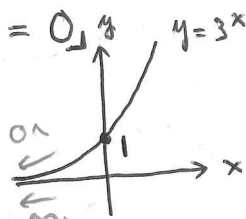
(7) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 - x^5)$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} x^5 \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right)$

$= -\infty$

(10) $\lim_{x \rightarrow \infty} 3^{-x}$

$= 0$



(13) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4^x}{3^x + 2^x}$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{0 \leftarrow 2^x}{\left(\frac{2}{3} \right)^x + 1}$

$= 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{4}{3} \right)^x}{1 + \left(\frac{2}{3} \right)^x}$ でも良い

(2) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{(x-2)^3}$

$= -\infty$

(イキジ) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{(x-2)^3}$

0ではなく、
負の数と小さい
数。 $= \frac{1}{(-0)^3}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{(x-1)^3 - 1}$

$= -\infty$

(イキジ) $\frac{1}{(1-0)^3 - 1} = \frac{1}{-0} = -\infty$

1よりおそろに
小さい

(8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x}{3x^2 + 2x + 1}$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\infty \leftarrow x + \frac{1}{x} \rightarrow 0}{3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}$

$= -\infty$

分母の最高次数

で割る ($x \rightarrow \pm\infty$ のときは)

(11) $\lim_{x \rightarrow \infty} (5^x - 2^{-x})$

$= -\infty$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^3}$

右極限と左極限が
違う値をとるので、
極限値はない

(6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x - 1)$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$

$= \infty$

最高次数で
< > ($x \rightarrow \pm\infty$ のときは)

(9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x+1)(x+2)}{2x^2+1}$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(3 + \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{2}{x} \right)}{2 + \frac{1}{x^2}}$

$= \frac{3}{2}$

(12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 3^{-x}}{4^x}$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^x - \left(\frac{1}{12} \right)^x \right\}$

$= 0$

$3^{-x} = \left(\frac{1}{3} \right)^x$

(14) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\log_2 x - \log_2 x^2)$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \log_2 \frac{x}{x^2}$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \log_2 \frac{1}{x}$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} (-\log_2 x)$

$= -\infty$

$x \rightarrow \infty$ のとき、
 $\frac{1}{x} \rightarrow +0$ かつ、
 $\log_2 \frac{1}{x} \rightarrow -\infty$
と、これは O.K.

(15) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log_{10} \frac{1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-\log_{10} x^2)$

$= -\infty$

さらに、
 $\log_{10} x^2 = 2 \log_{10} |x|$
なので注意

今日は裏にも問題があるよ！

$\frac{(\text{とて小さい数})}{(\text{とて大きい数})} = (\text{半端なとて小さい数}) \rightarrow 0$

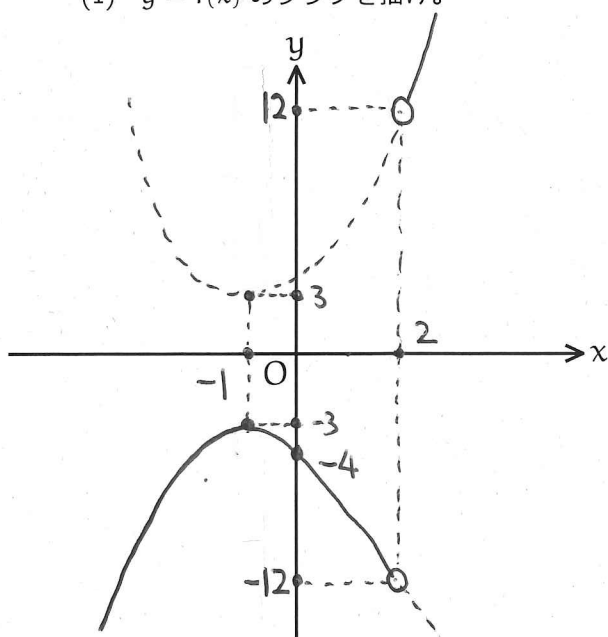
1. (1) ∞ (2) $-\infty$ (3) 極限値はない (4) ∞ (5) $-\infty$ (6) $-\infty$ (7) $-\infty$ (8) $-\infty$ (9) $\frac{2}{3}$
 (10) 0 (11) ∞ (12) 0 (13) 0 (14) $-\infty$ (15) $-\infty$ (16) 0 (17) 1 (18) $\frac{1}{2}$ (19) 4
 (20) 4 (21) 略

2. (1) 略 (2) $\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = 12$, $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = -12$ なので、極限 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ はない。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & (x-2>0) \\ \frac{x^3-8}{-(x-2)} & (x-2<0) \end{cases} = \begin{cases} x^2+2x+4 & (x>2) \\ -(x^2+2x+4) & (x<2) \end{cases}$$

$$x^2+2x+4 = (x+1)^2+3$$

$$-(x^2+2x+4) = -(x+1)^2-3$$



(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ を調べよ。

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = -12,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = 12 \text{ (別)},$$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ は存在しない。

2. 関数 $f(x) = \frac{x^3-8}{|x-2|}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ のグラフを描け。

$$(21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{(2x)^2} \cdot 4$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{2x} \right)^2 \cdot 4$$

$$= 4$$

$$(20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \cdot \frac{x}{\sin x} \cdot 4$$

$$= 4$$

$$(19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \cdot 4$$

$$= 4$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x}$$

$$= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}y}{\sin y}$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y}{\sin y}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$y = 2x$ とし、
 $x \rightarrow 0$ だと
 $y \rightarrow 0$.

$$(17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{\sin x}{x}}$$

$$= 1$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow 0} \log \frac{1}{3} \frac{1}{|x|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (-\log \frac{1}{3} |x|)$$

$$= -\infty$$

