

微分積分 I 小課題第 13 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

うっかり(数)の例題と似たものに...

2 年 ____ 科 ____ 番 氏名 _____

1. 関数 $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 4$ ($-3 \leq x \leq 2$) の増減表を書き、極値と最大値・最小値を求めよ。また、グラフの概形を描け。

$$f'(x) = 4x^3 - 12x + 8$$

$$= 4(x^3 - 3x + 2)$$

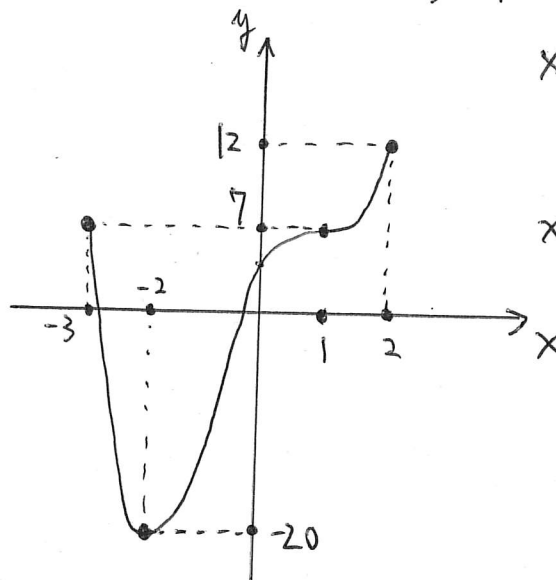
x	-3	...	-2	...	1	...	2
$f'(x)$		-	0	+	0	+	
$f(x)$	7	↘	-20	↗	7	↗	12

1) $\begin{array}{r} 1 \ 0 \ -3 \ 2 \\ 1 \ 1 \ -2 \\ \hline 1 \ 1 \ -2 \ 0 \end{array}$ $\begin{array}{l} \nearrow \\ x=1 \text{ を代入すると } 0. \\ \text{ゆえに、} x-1 \text{ で割り切れる。} \end{array}$

$$= 4(x-1)(x^2+x-2)$$

$$= 4(x-1)^2(x+2)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, -2.$$



$x = -2$ のとき、
極小値かつ最小値
-20

$x = 2$ のとき
最大値 12

x 極大値はない。

接線の方程式

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

2. 関数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ 上の点 $(3, 10)$ における接線の方程式を求めよ。

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$\therefore y - 10 = 15(x - 3)$$

$$f'(3) = 27 - 12 = 15$$

$$y = 15x - 35$$

- (2) 点 $(a, f(a))$ における接線の方程式を求めよ。

$$f'(a) = 3a^2 - 4a$$

$$y - (a^3 - 2a^2 + 1) = (3a^2 - 4a)(x - a)$$

$$y = (3a^2 - 4a)x - 2a^3 + 2a^2 + 1$$

- (3) (2) の接線が $(3, 1)$ を通るとき、 a の値はいくつか？また、そのときの接線の方程式を求めよ。

$$(x, y) = (3, 1) \text{ を代入すると、}$$

$$1 = (3a^2 - 4a) \cdot 3 - 2a^3 + 2a^2 + 1$$

$$0 = -2a^3 + 11a^2 - 12a$$

$$0 = -a(2a^2 - 11a + 12)$$

$$0 = -a(2a - 3)(a - 4)$$

$$\therefore a = 0, \frac{3}{2}, 4$$

$$a = 0: (2) \text{ より, } y = 1$$

$$a = \frac{3}{2}: y = \left(\frac{27}{4} - 6\right)x - \frac{27}{4} + \frac{9}{2} + 1$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$$

$$a = 4: y = (48 - 16)x - 128 + 32 + 1$$

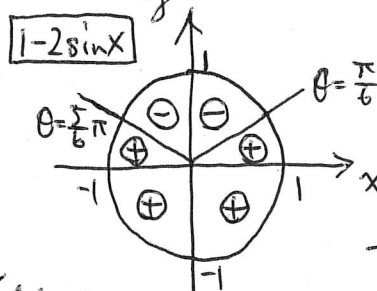
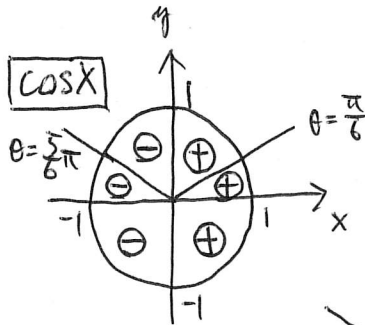
$$y = 32x - 95$$

関数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cos 2x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) の増減表を書き、グラフの概形を描け。

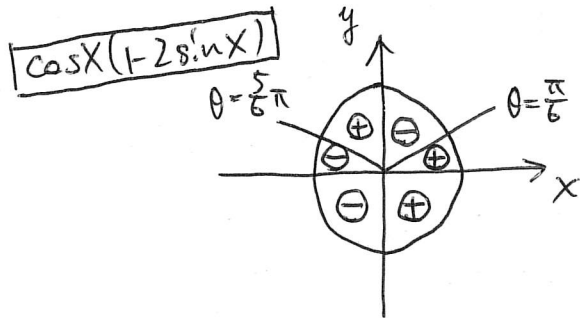
$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos x - \sin 2x \\ &= \cos x - 2 \sin x \cos x \\ &= \cos x (1 - 2 \sin x) \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \text{ または } \sin x = \frac{1}{2} \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

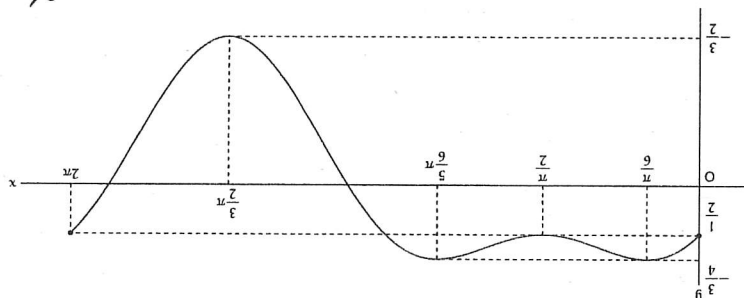
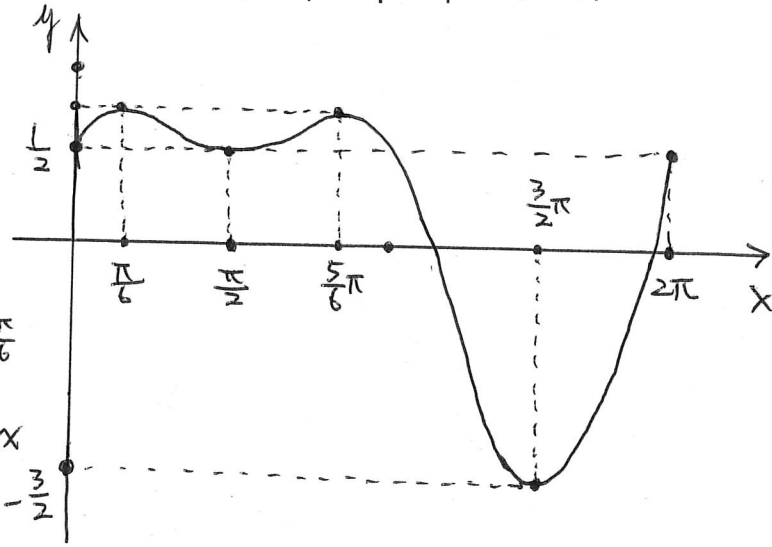
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$



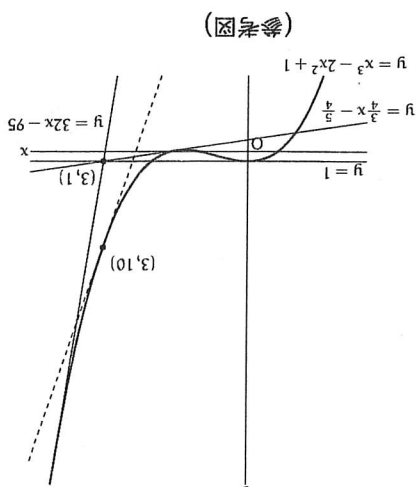
合わせる



x	0	$\dots$	$\frac{\pi}{6}$	$\dots$	$\frac{\pi}{2}$	$\dots$	$\frac{5\pi}{6}$	$\dots$	$\frac{3\pi}{2}$	$\dots$	2π
$f'(x)$			$+$		0		$-$		0		$+$
$f(x)$	$\frac{1}{2}$		$\nearrow$		$\frac{3}{4}$		$\searrow$		$\frac{1}{2}$		$\nearrow$

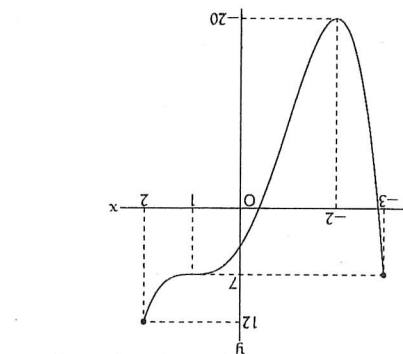


x	0	$\dots$	$\frac{\pi}{6}$	$\dots$	$\frac{\pi}{2}$	$\dots$	$\frac{5\pi}{6}$	$\dots$	$\frac{3\pi}{2}$	$\dots$	2π
$f'(x)$			$+$		0		$-$		0		$+$
$f(x)$	$\frac{1}{2}$		$\nearrow$		$\frac{3}{4}$		$\searrow$		$\frac{1}{2}$		$\nearrow$



$$y = \frac{4}{3}x - \frac{4}{5}, a = 4 \text{ のとき, } y = 32x - 95.$$

- (3) $a = 0, \frac{5}{2}, 4, a = 0$ のとき, $y = 1, a = \frac{2}{3}$ のとき,
 (2) $y = (3a^2 - 4a)x - 2a^3 + 2a^2 + 1$
 (1) $y = 15x - 35$



x	0	$\dots$	$\frac{\pi}{6}$	$\dots$	$\frac{\pi}{2}$	$\dots$	$\frac{5\pi}{6}$	$\dots$	$\frac{3\pi}{2}$	$\dots$	2π
$f'(x)$			$+$		0		$-$		0		$+$
$f(x)$	$\frac{1}{2}$		$\nearrow$		$\frac{3}{4}$		$\searrow$		$\frac{1}{2}$		$\nearrow$

略解