

微分積分 I 小課題第 14 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

2 年 ____ 科 ____ 番 氏名 _____

1. 次の有理関数の増減表を書き、グラフの概形を描け。また、漸近線の方程式を答えよ。

(1) $f(x) = \frac{1}{x^3 + 8}$ ($x = -2$ に注意)
 $f'(x) = -\frac{3x^2}{(x^3 + 8)^2} \leq 0$ $\wedge x = -2$ で $f(-2) = \frac{1}{0}$
 となり、まずい。

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

また、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

だから、 x 軸 (直線 $y = 0$) が
漸近線となる。

x	$\dots$	-2	$\dots$	0	$\dots$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$

$x = -2$ 周りの
 $f(x)$ の動きはわからない

$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -2-0} f(x) = \frac{1}{(-2-0)^3 + 8} = \frac{1}{-8} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2+0} f(x) = \frac{1}{(-2+0)^3 + 8} = \frac{1}{0} = \infty$

(2) $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ -2 をおすかに
小さいと考える
 $(-2-0)^3 < -8$

$\div 1 \ 0 \ 3$
 $-1 \ 1$
 $1 \ -1 \ 4$
 $= x - 1 + \frac{4}{x+1}$ 次数が
(分母) < (分子) なる
わり算

$f'(x) = \frac{2x \cdot (x+1) - (x^2 + 3) \cdot 1}{(x+1)^2}$

$= \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$

$= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)^2}$

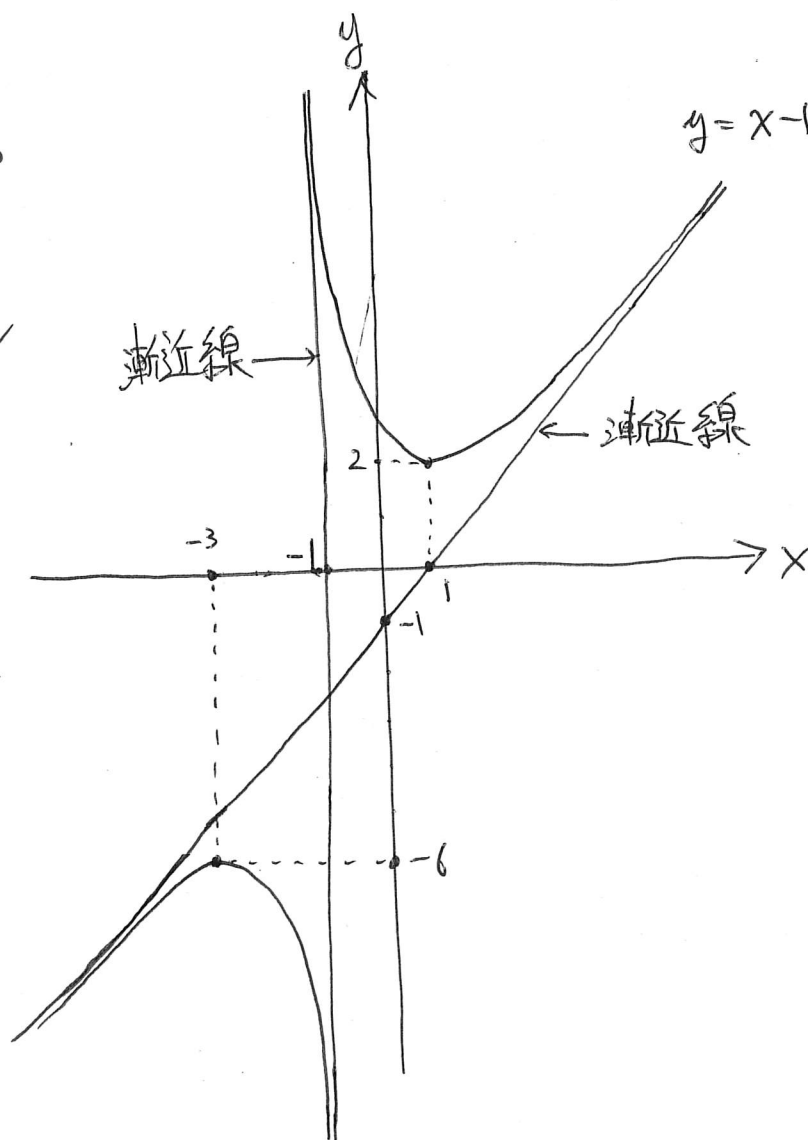
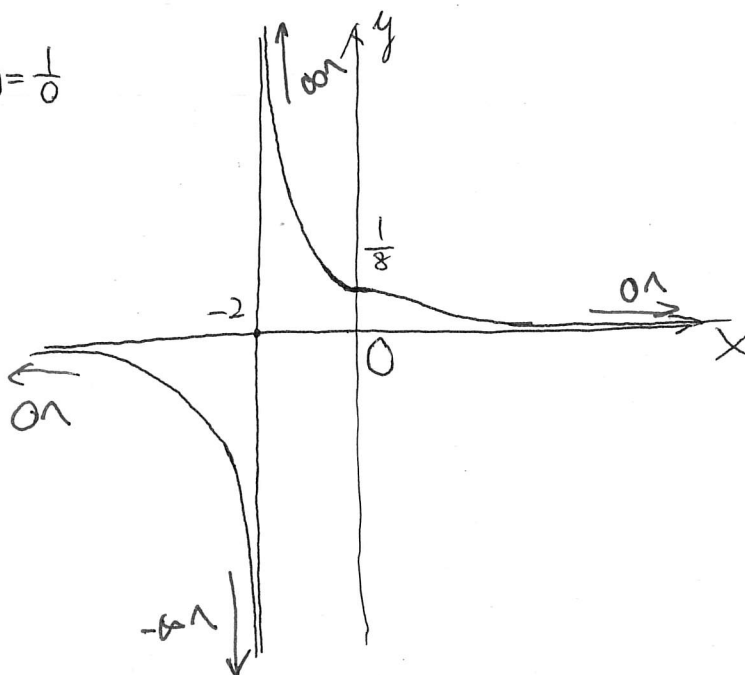
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3, 1$

x	$\dots$	-3	$\dots$	-1	$\dots$	1	$\dots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$

$\div$ をおす

$\lim_{x \rightarrow -3-0} f(x) = -2 + \frac{4}{-0} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -3+0} f(x) = -2 + \frac{4}{+0} = +\infty$



関数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{x-1}$ の増減表を書き、グラフの概形を描け。
 より、 $y = f(x)$ と $y = \frac{1}{2}x^2$ は漸近することに注意

$$\left(\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - \frac{1}{2}x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - \frac{1}{2}x^2) = 0\right)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= x + \frac{4}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x(x-1)^2 + 4}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x^3 - 2x^2 + x + 4}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x+1)(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

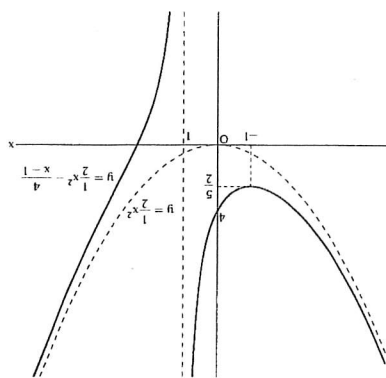
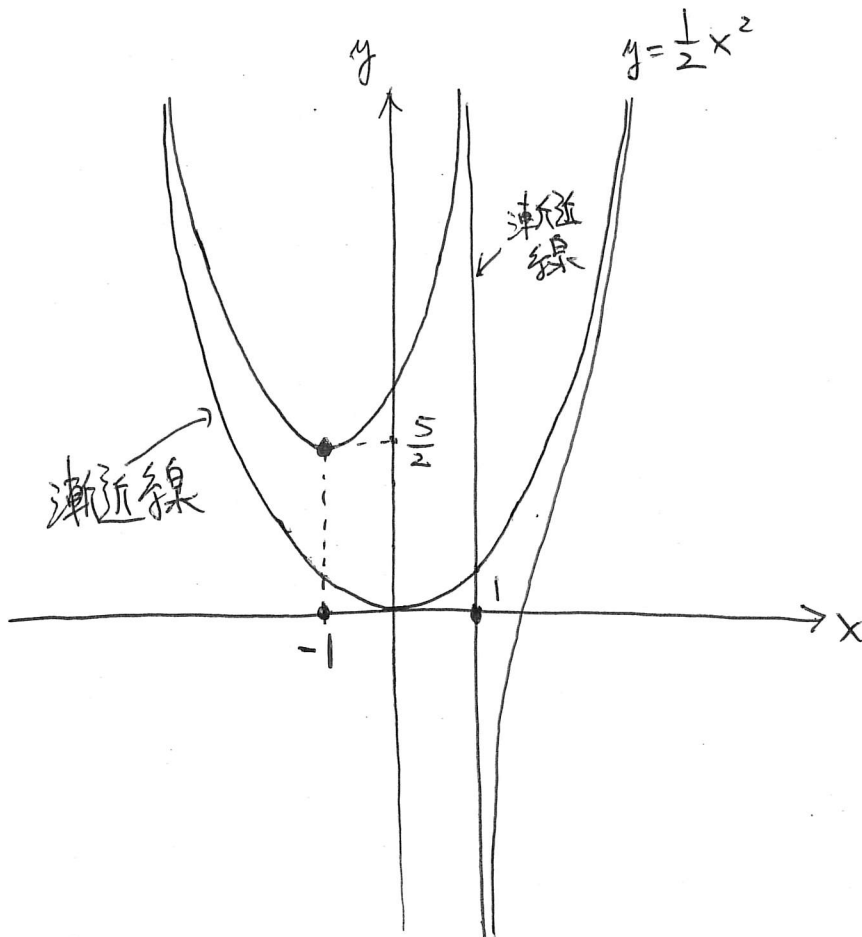
$x^2 - 3x + 4$ の判別式
 $D = 9 - 4 \cdot 4 < 0$
 したがって、因数分解できない

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	+	+
$f(x)$	↘	$\frac{5}{2}$	↗	↗	↗

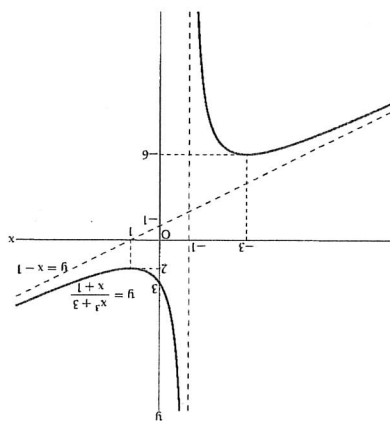
$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \frac{1}{2} - \frac{4}{-0} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \frac{1}{2} - \frac{4}{+0} = -\infty$$



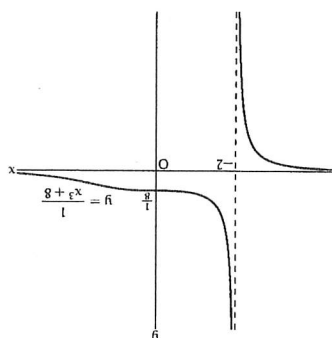
x	...	-1	...	1	...
$f(x)$	↘	$\frac{5}{2}$	↗	↗	↗
$f'(x)$	-	0	+	+	+
x	...	-1	...	1	...

漸近線: $x = 1, y = \frac{1}{2}$



x	...	-1	...	1	...
$f(x)$	↘	$\frac{5}{2}$	↗	↗	↗
$f'(x)$	-	0	+	+	+
x	...	-1	...	1	...

(2) 漸近線: $x = -1, y = x - 1$



x	...	-2	...	0	...
$f(x)$	↘	$\frac{8}{1}$	↗	↗	↗
$f'(x)$	-	0	+	+	+
x	...	-2	...	0	...

(1) 漸近線: $x = -2, y = 0$

略解