

微分積分 I 小課題第 15 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずに書いてください！

← $x=1$ で定義されていない 2 年 ____ 科 ____ 番 氏名 _____

1. 関数 $f(x) = \log|x-1| + \frac{1}{x-1}$ の増減表を書き、極値・変曲点を求め、グラフの概形を描け。また、漸近線の方程式を答えよ。ただし、 $\lim_{t \rightarrow +0} \left(\log t + \frac{1}{t} \right) = \infty$ である。

$$f'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x-2}{(x-1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{1 \cdot (x-1)^2 - (x-2) \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{(x-1) - 2(x-2)}{(x-1)^3}$$

$$= \frac{-(x-3)}{(x-1)^3}$$

$$f'(x)=0$$

$$\Rightarrow x=2$$

$$f''(x)=0$$

$$\Rightarrow x=3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\log|x-1| + \frac{1}{x-1} \right)$$

$$= \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\log|x-1| + \frac{1}{x-1} \right)$$

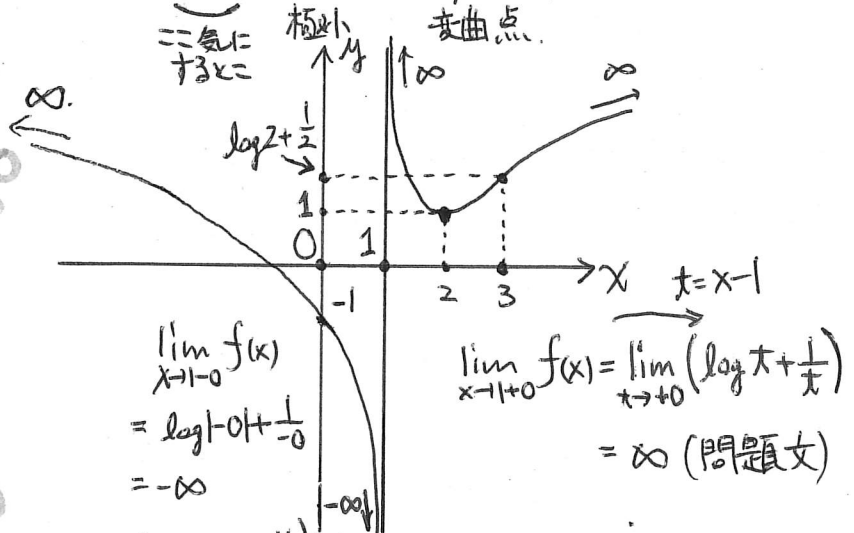
$$= \infty$$

x	...	1	...	2	...	3	...
f'(x)	-	/	-	0	+	+	+
f''(x)	-	/	+	+	+	0	-
f(x)				極小		変曲点	

二重に
折れる

極小

変曲点



2. 次の不定積分を計算せよ。

(1) $\int (3x^2 - 2x + 4) dx$

$$= x^3 - x^2 + 4x + C$$

次数1up
 $\int x^2 dx = \square x^3 + C = \frac{1}{3} x^3 + C$

微分して
元に戻すように!

$$(x^3)' = 3x^2$$

(4) $\int (3x-2)^3 dx$

$$= \frac{1}{4} (3x-2)^4 \times \frac{1}{3} + C$$

$$= \frac{1}{12} (3x-2)^4 + C$$

3を打ち消す
ように。

(5) $\int \frac{1}{2x} dx$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{1}{2} \log|x| + C$$

(2) $\int (x+4)^2 dx = \int (x^2 + 8x + 16) dx$

$$= \frac{1}{3} (x+4)^3 + C$$

$$((x+4)^3)' = 3(x+4)^2 \cdot (x+4)'$$

$$= 3(x+4)^2$$

(3) $\int (2x-3)^2 dx$

$$= \frac{1}{3} (2x-3)^3 \times \frac{1}{2} + C$$

$$= \frac{1}{6} (2x-3)^3 + C$$

$$((2x-3)^3)' = 3(2x-3)^2 \cdot (2x-3)'$$

$$= 3(2x-3)^2 \times 2$$

(6) $\int \frac{1}{x^3} dx$

$$= \int x^{-3} dx = \square x^{-2} + C$$

$$= -\frac{1}{2} x^{-2} + C$$

$$(x^{-2})' = -2x^{-3}$$

(7) $\int \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^5} \right) dx$

$$= \int (x^{-4} - x^{-5}) dx$$

$$= -\frac{1}{3} x^{-3} + \frac{1}{4} x^{-4} + C$$

(8) $\int \sqrt[3]{x^2} dx$

$$= \int x^{\frac{2}{3}} dx$$

$$= \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + C$$

(9) $\int x^{\frac{4}{5}} dx$

$$= \frac{5}{9} x^{\frac{9}{5}} + C$$

$$(x^{\frac{9}{5}})' = \frac{9}{5} x^{\frac{4}{5}}$$

今日は裏にも問題があります!

$$(10) \int x^{-\frac{3}{2}} dx$$

$$= -2x^{-\frac{1}{2}} + C$$

$$(11) \int \frac{x-4}{x^2} dx$$

$$= \int (x^{-1} - 4x^{-2}) dx$$

$$= \log|x| + 4x^{-1} + C$$

$$(12) \int \frac{x^2-1}{\sqrt{x}} dx$$

$$= \int (x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}}) dx$$

$$= \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} + C$$

$$(13) \int \sin x dx$$

$$= -\cos x + C$$

$$(14) \int \cos x dx$$

$$= \sin x + C$$

$$(15) \int \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

$$= \tan x + C$$

$$(16) \int (2 \sin x + 3 \cos x) dx$$

$$= -2 \cos x + 3 \sin x + C$$

$$(17) \int \tan^2 x dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx$$

$$= \tan x - x + C$$

$$(18) \int \frac{\cos^2 x}{\tan^2 x} dx \rightarrow \int \frac{dx}{\tan^2 x \cos^2 x}$$

$$= \int \frac{1}{\sin^2 x} dx$$

$$= -\frac{1}{\tan x} + C$$

覚えておくべき公式

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

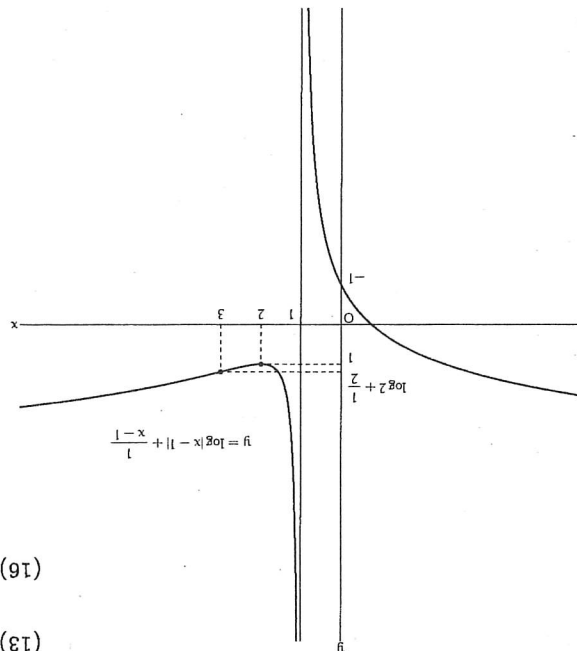
倍角!

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 x$$

$$= \cos^2 x - \sin^2 x$$



x	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f'''(x)$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
1	$\log 2 + \frac{1}{2}$	+	+	+
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
2	1	+	+	+
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
3	$\log 2 + \frac{1}{2}$	+	+	+
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

略解 1. $x = 2$ のとき、極小値 1
変曲点 $(3, \log 2 + \frac{1}{2})$
漸近線: $x = 1$

2. (1) $x^3 - x^2 + 4x + C$ (2) $\frac{1}{1}(x+4)^3 + C$ (3) $\frac{6}{1}(2x-3)^3 + C$
- (4) $\frac{12}{1}(3x-2)^4 + C$ (5) $\frac{2}{1} \log|x| + C$ (6) $-\frac{2x^2}{1} + C$
- (7) $-\frac{3x^3}{1} + \frac{4x^4}{1} + C$ (8) $\frac{3}{3} x^{\frac{3}{5}} + C$ (9) $\frac{9}{5} x^{\frac{9}{5}} + C$
- (10) $-2x - \frac{7}{1} + C$ (11) $\log|x| + \frac{x}{4} + C$ (12) $\frac{5}{2} x^{\frac{5}{2}} - 2x^{\frac{7}{2}} + C$
- (13) $-\cos x + C$ (14) $\sin x + C$ (15) $\tan x + C$
- (16) $-2 \cos x + 3 \sin x + C$ (17) $\tan x - x + C$ (18) $-\frac{1}{\tan x} + C$