

微分積分 I 小課題第 21 回

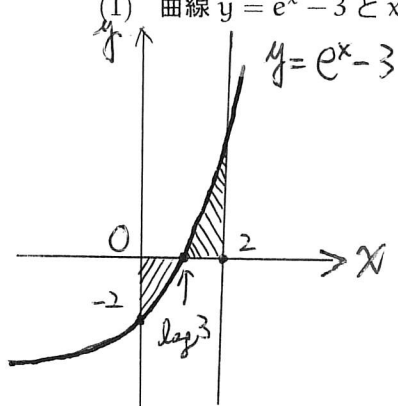
裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

2年 ____ 科 ____ 番 氏名 _____

1. 次の曲線や直線で囲まれた図形の面積を求めよ。

(1) 曲線 $y = e^x - 3$ と x 軸、 y 軸、および直線 $x = 2$

$y = 0$ (x 軸) が上で、 $y = e^x - 3$ が下。



$$S = \int_0^{\log 3} (0 - (e^x - 3)) dx + \int_{\log 3}^2 (e^x - 3) dx$$

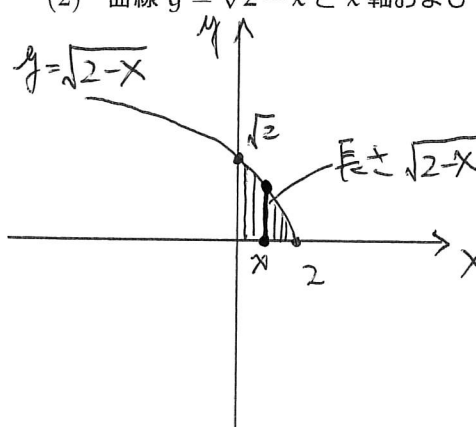
$$= [-e^x + 3x]_0^{\log 3} + [e^x - 3x]_{\log 3}^2$$

$$= -(e^{\log 3} - e^0) + 3(\log 3 - 0) + (e^2 - e^{\log 3}) - 3(2 - \log 3)$$

$$= -(3 - 1) + 3\log 3 + (e^2 - 3) - 6 + 3\log 3$$

$$= e^2 + 6\log 3 - 11$$

(2) 曲線 $y = \sqrt{2-x}$ と x 軸および y 軸



$$S = \int_0^2 \sqrt{2-x} dx$$

$t = 2 - x$
 $dt = -dx$

$$= \int_2^0 t^{\frac{1}{2}} \cdot (-dt)$$

x	$0 \rightarrow 2$
t	$2 \rightarrow 0$

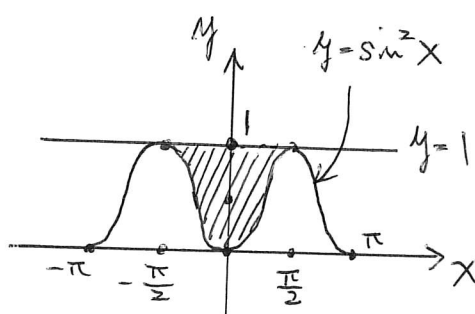
$$= \int_0^2 t^{\frac{1}{2}} dt$$

$$= \left[\frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \right]_0^2$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 2^{\frac{3}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

(3) 曲線 $y = \sin^2 x$ ($-\pi \leq x \leq \pi$) と直線 $y = 1$

$y = \sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$



$$S = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right) \right) dx$$

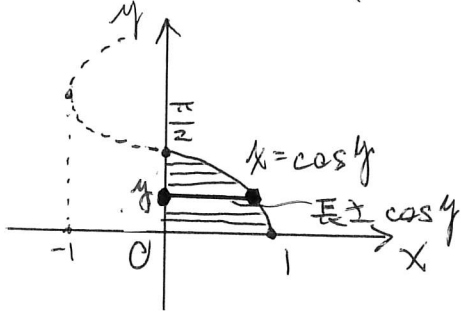
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) dx$$

$$= \left[x + \frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{2}$$

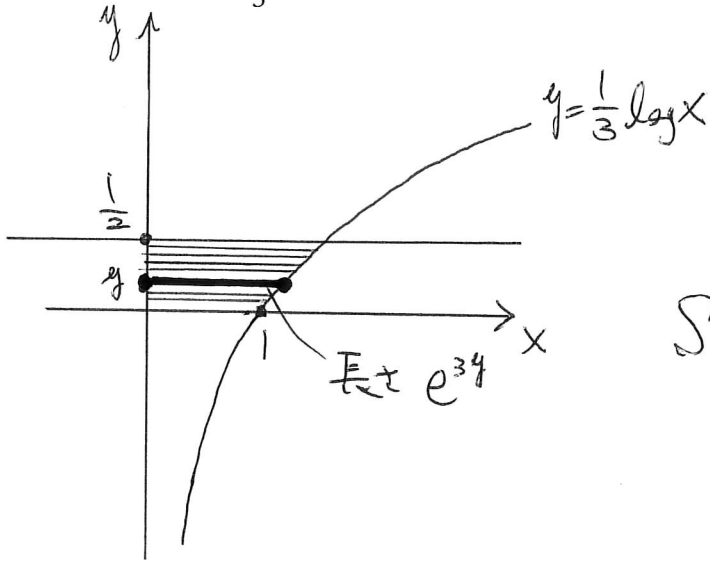
左右対称のため、
 $0 \sim \frac{\pi}{2}$ の面積を
2倍すればよい。

(4) 曲線 $x = \cos y$ ($0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$) と x 軸、 y 軸



$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos y \, dy \\ &= [\sin y]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

(5) 曲線 $y = \frac{1}{3} \log x$ と x 軸、 y 軸、および直線 $y = \frac{1}{2}$



$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3} \log x \\ 3y &= \log x \quad \left(\begin{array}{l} y = \log x \\ \Leftrightarrow x = e^y \end{array} \right) \\ x &= e^{3y} \\ S &= \int_0^{\frac{1}{2}} e^{3y} \, dy \\ &= \left[\frac{1}{3} e^{3y} \right]_0^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{3} (e^{\frac{3}{2}} - 1) \end{aligned}$$

1. (1) $e^2 + 6 \log 3 - 11$ (2) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (3) $\frac{2}{\pi}$ (4) 1 (5) $\frac{3}{1} (e\sqrt{e} - 1)$