

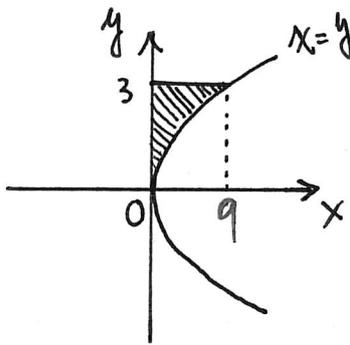
微分積分 I 小課題第 23 回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

2年 ___ 科 ___ 番 氏名 _____

1. 曲線 $x = y^2$ と y 軸および直線 $y = 3$ で囲まれる図形について、次の問いに答えよ。

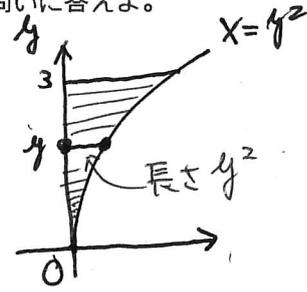
(1) この図形の面積を求めよ。



$$S = \int_0^3 y^2 dy$$

$$= \left[\frac{1}{3} y^3 \right]_0^3$$

$$= 9$$



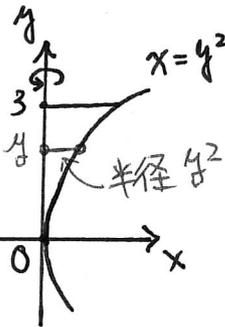
(2) この図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

$$V = \pi \int_0^3 (y^2)^2 dy$$

(半径)²

$$= \pi \left[\frac{1}{5} y^5 \right]_0^3$$

$$= \frac{243}{5} \pi$$

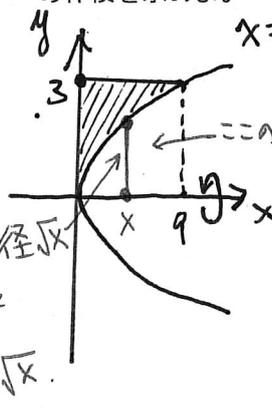


(3) この図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

$$V = \pi \times 3^2 \times 9 - \pi \int_0^9 (\sqrt{x})^2 dx$$

$$= 81\pi - \pi \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^9$$

$$= \frac{81}{2} \pi$$



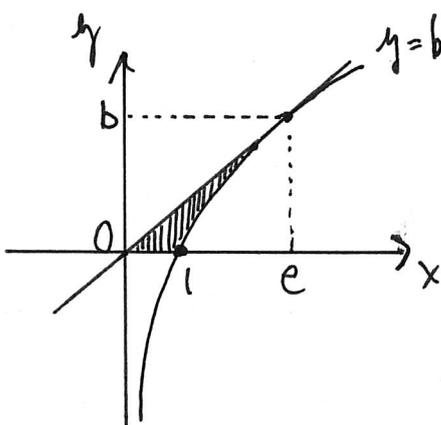
2. $b > 0$ を定数とし、曲線 $y = b \log x$ について、次の問いに答えよ。

(1) この曲線とこの曲線上の点 (e, b) における接線および x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

$$y' = \frac{b}{x} \xrightarrow{x=e} \frac{b}{e} \text{ (接線の傾き)}$$

接線: $y - b = \frac{b}{e}(x - e)$

$$y = \frac{b}{e}x$$



$$S = \frac{1}{2}eb - \int_1^e b \log x dx$$

$$= \frac{1}{2}be - b \int_1^e (x)' \log x dx$$

$$= \frac{1}{2}be - b [x \log x]_1^e + b \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{1}{2}be - b(e - 0) + b[x]_1^e = \frac{1}{2}be - b$$

$y = b \log x$
 $\frac{y}{b} = \log x$
 $\Leftrightarrow e^{\frac{y}{b}} = x$

(2) (1) の図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

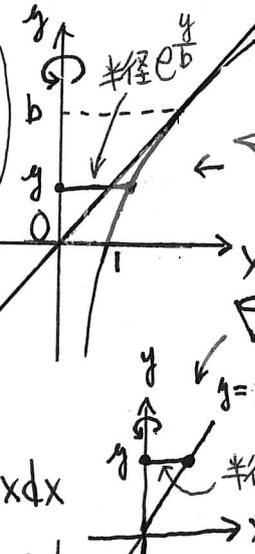
$$V = \pi \int_0^b (e^{\frac{y}{b}})^2 dy - \pi \int_0^b \left(\frac{e}{b}y\right)^2 dy$$

$$= \pi \int_0^b e^{\frac{2y}{b}} dy - \pi \int_0^b \frac{e^2}{b^2} y^2 dy$$

$$= \pi \left[\frac{b}{2} e^{\frac{2y}{b}} \right]_0^b - \pi \cdot \frac{e^2}{b^2} \left[\frac{1}{3} y^3 \right]_0^b$$

$$= \frac{\pi b}{2} (e^2 - e^0) - \pi \cdot \frac{e^2}{b^2} \cdot \frac{1}{3} b^3$$

$$= \frac{1}{6} \pi b e^2 - \frac{1}{2} \pi b$$



今日は裏にも問題があります！