

微分積分Ⅰ 小課題第19回

裏面にある略解をもとに丸付けをすること。裏面も解答に使ってもよいです。授業の質問も書いてくれれば回答します。名前等、忘れずにていねいに書いてください！

2年 ____ 科 ____ 番 氏名 _____

1. 次の定積分を計算せよ。

$$(1) \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$$

$$(2) \int_{-1}^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \, dx$$

$$(3) \int_{-\frac{3}{2}}^{\sqrt{3}} \sqrt{3-x^2} \, dx$$

$$(4) \int_0^{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \frac{1}{4+x^2} \, dx$$

$$(5) \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{6}} \frac{1}{2+x^2} \, dx$$

$$(6) \int_1^{2e} x \log x \, dx$$

$$(7) \int_0^1 x e^{2x} dx$$

$$(8) \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} x \sin 4x dx$$

2. $I_n = \int_0^1 x^m (1-x)^n dx$ (m, n は自然数) とおくと、次の問いに答えよ。

- (1) 部分積分法を適用して、
- (2) $I_n = \frac{m! n!}{(m+n+1)!}$ となることを示せ。

$$I_n = \frac{n}{m+n+1} I_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

が成り立つことを示せ。

$$\cdots = z^{-u} I \frac{u+m}{1-u} \cdot \frac{1+u+m}{u} = {}^{u-1} I \frac{1+u+m}{u} = {}^u I \quad (2) \quad x p_u (x-1) \left(\frac{1+m}{1+u x} \right) \int_1^0 = {}^u I \quad (1) \quad z \cdot$$

$$\frac{91}{\pi-1} \quad (8) \quad \frac{4}{1} + e^{\frac{4}{z}} = x p_{\frac{4}{z}} \left(\frac{z}{1} \right) e^{\frac{z}{1}} x \int_1^0 \quad (7)$$

$$\frac{4}{1} + z \log_z e^z + z e^z = x p_x \log_x \left(\frac{z}{1} \right) e^{\frac{z}{1}} x \int_{e^z}^1 \quad (6) \quad \frac{z}{1} \frac{1}{\sqrt{z}} \left[\frac{z}{x} \sqrt{z} \operatorname{Arctan} \frac{z}{x} \right]_{\frac{z}{\sqrt{z}}}^{\frac{z}{\sqrt{z}}} = \frac{z}{\sqrt{z}} \quad (5)$$

$$\frac{12}{\pi} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{4}{x} 2 \operatorname{Arctan} \frac{z}{x} \right]_{\frac{z}{\sqrt{x}}}^{\frac{4}{2\sqrt{x}}} \quad (4) \quad \frac{8}{10\pi+3\sqrt{3}} = \theta d \theta_z \cos^2 \theta = x p_{\sqrt{3} \sin \theta} = x p_{\sqrt{3} \cos \theta} \quad (3)$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d \theta = \frac{z}{\pi} \quad (1) \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d \theta = \frac{z}{\pi} \quad x = \sin \theta \quad x p_{\cos \theta} = x p_{\sin \theta} \quad (2) \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{5}{12} \pi d \theta = \frac{12}{5} \pi \quad x = z \sin \theta \quad x p_{2 \cos \theta} = x p_{2 \sin \theta}$$