

数学講読「平成28年度2学期」シラバス

教員名： 矢野 充志

対象学年： 2年向け / 3年向け / 2年・3年向け（混在可）

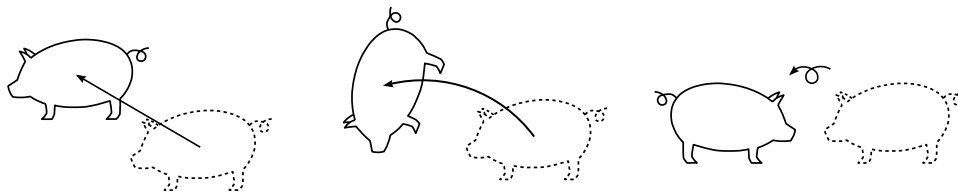
テキスト〔著者、タイトル、出版社〕（複数可）：

熊原啓作,『行列・群・等質空間』,日本評論社

教員のコメント：

変換群を題材にした幾何学入門のセミナー(数学購読)です。

変換群の片鱗は中学生のときの平面幾何の中に現れています。三角形などの図形の合同という言葉思い出してみましょう。合同とは、平面内の図形を平行移動させる・回転させる・ひっくり返すという操作(そしてそれらの組み合わせ)をして2つの図形が一致することでした。これらの操作をまとめて合同変換と呼びます。



合同変換群 $I(\mathbb{R}^2)$ とは、合同変換の集まり、すなわち、数式で表現すると、次のようなある性質を満たす3次元正則行列からなる集合です：

$$I(\mathbb{R}^2) = \left\{ \begin{pmatrix} A & \mathbf{a} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in GL(3, \mathbb{R}) \mid A \in GL(2, \mathbb{R}), {}^tAA = E_2, \mathbf{a} \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

(ここで、 $GL(n, \mathbb{R})$ とは n 次元正則行列全体からなる集合、 E_2 は単位行列です) 合同変換群は変換群の一例です。このように、変換群とは、ある空間 X に作用するある“変換”の集まりで、数学の様々なところで現れます。

幾何学とは何でしょうか？ 23歳の若さで^{エルランゲン}Erlangen大学の教授に就任することになったドイツの数学者^{クライ}F. Klein (1849-1925) は、“幾何学とは与えられた変換群で不変な性質を研究する学問である”という卓越した見識を示しました。

さて、合同変換により変わらない性質・図形・量とは何でしょうか？これをセミナーの中で解き明かし、“合同の幾何学”とは異なる“幾何学”にも触れてゆきます。

テキストは2年生までで学ぶこと以上の予備知識を仮定しておらず、線形代数学の続きとして、行列の計算により様々な変換群の例に触れることができます。のちに、曲線・曲面論、多様体や^{リー}Lie群などに関する講義やより本格的な本を読むときに、このセミナーで計算したことが理解の助けになるでしょう。

申込み期間前の事前面談： 不要 ・ 要

不明な点や質問などがあれば、4-514 室を訪ねてください。火曜日と水曜日ならば在室しています(ただし、14:45~16:30 の時間帯は除く)。メールアドレスは yano@math.sci.hokudai.ac.jp です。